



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО



*Анализ наблюдаемости погрешностей
системы ориентации с использованием
двух вращающихся блоков
микромеханических гироскопов*

Авторы: Лян Цин, Литвиненко Ю.А.

Научный руководитель: профессор Степанов О. А.

II Международная научная конференция по проблемам управления в
технических системах
25-27 Октября, 2017 г.

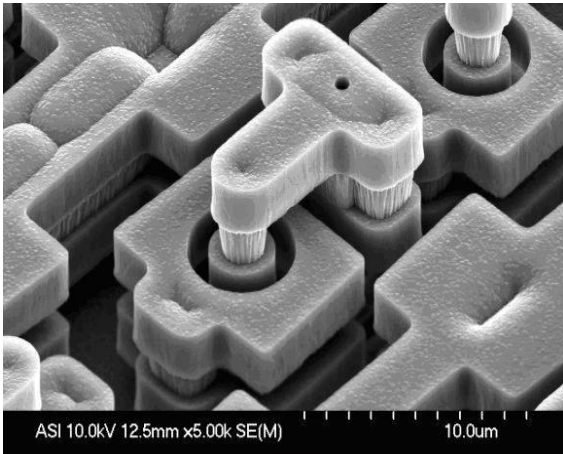
Содержание

- ✓ *Введение*
- ✓ *Общие принципы обработки информации от двух измерительных модулей*
- ✓ *Автономная система ориентации с использованием двух блоков ММГ*
- ✓ *Анализ наблюдаемости погрешностей системы ориентации*
- ✓ *Результаты моделирования*

Содержание

- ✓ **Введение**
- ✓ *Общие принципы обработки информации от двух измерительных модулей*
- ✓ *Автономная система ориентации с использованием двух блоков ММГ*
- ✓ *Датчик угла и его модель ошибки*
- ✓ *Анализ влияния ошибок датчиков углов на точность системы ориентации*

Введение



MEMS инерциальная измерительный модуль(ИИМ)

Достоинство *versus* Недостаток



Бывает возможность повышения точности на основе его достоинства?



Инерциальная навигационная система на основе двух или более двух ИИМ

Содержание

- ✓ *Введение*
- ✓ **Общие принципы обработки информации от двух измерительных модулей**
- ✓ *Автономная система ориентации с использованием двух блоков ММГ*
- ✓ *Датчик угла и его модель ошибки*
- ✓ *Анализ влияния ошибок датчиков углов на точность системы ориентации*

Комплементарный фильтр (Complementary filter)

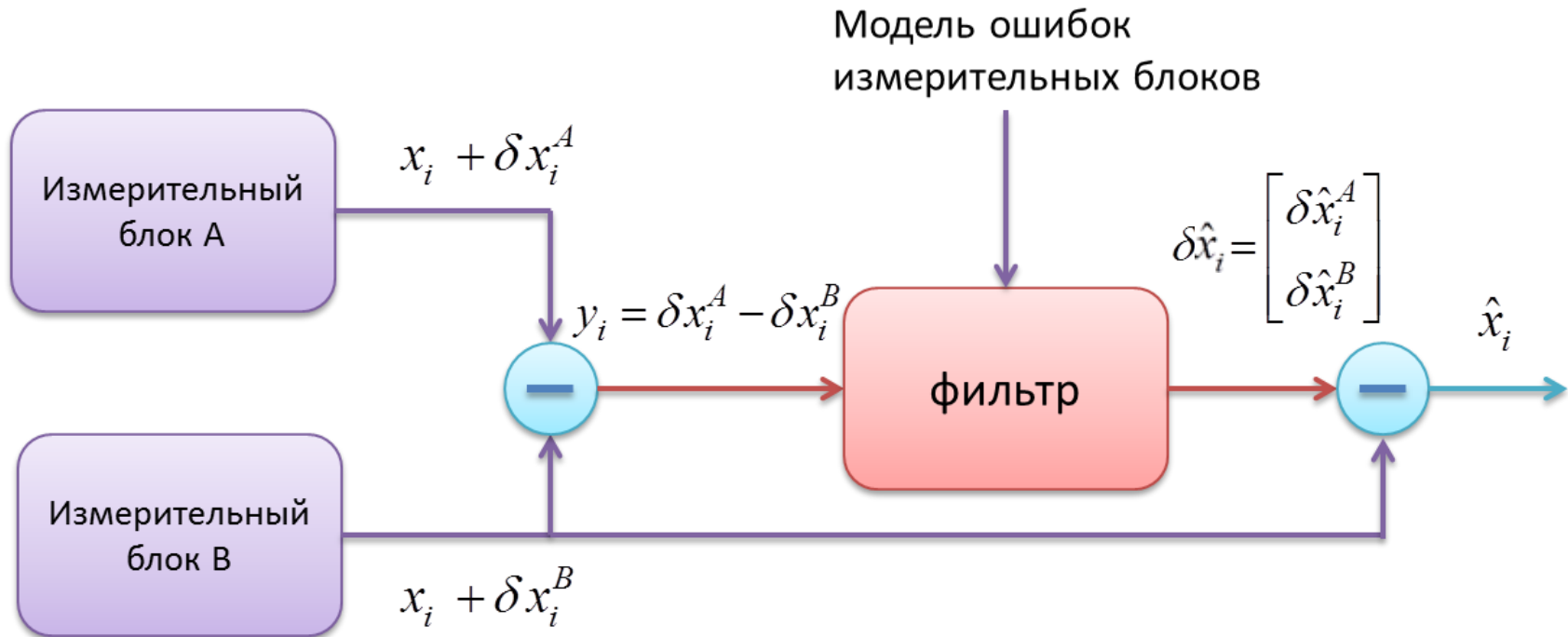
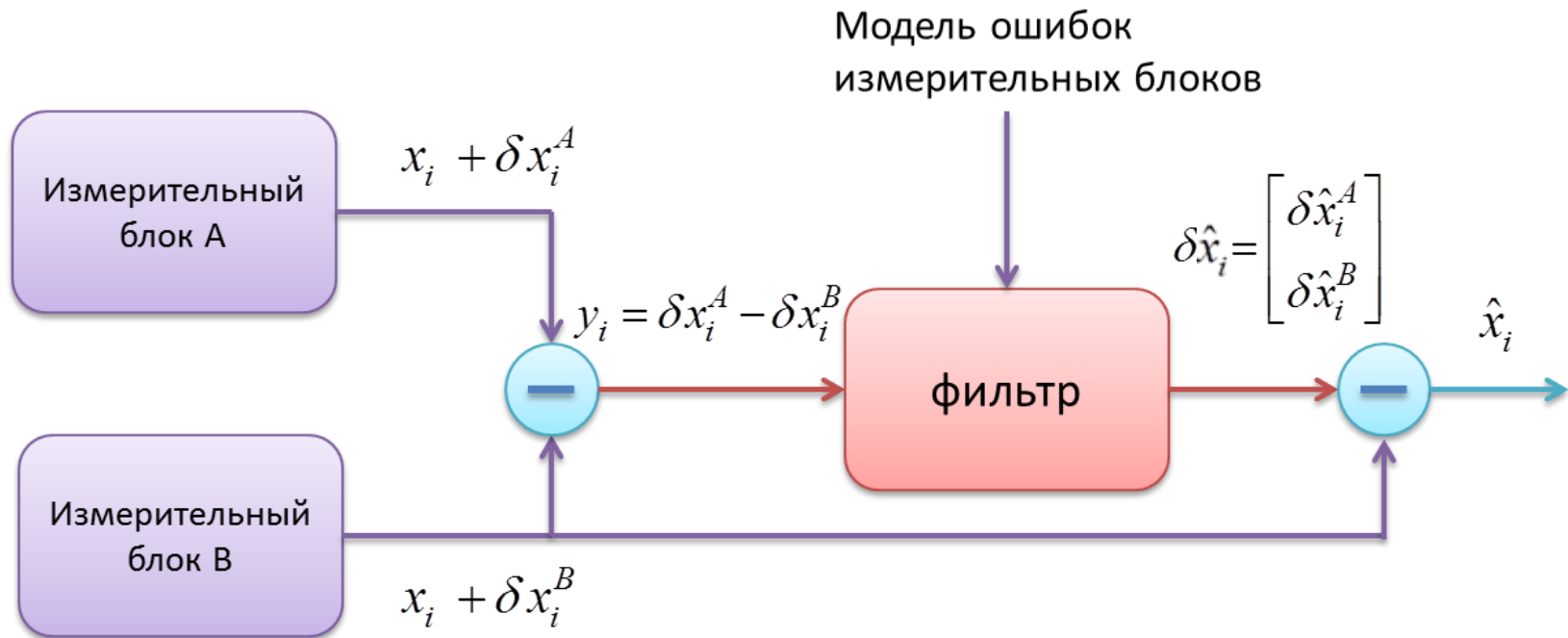


Рис.2 Схема построения алгоритма комплексной обработки с использованием комплементарного фильтра.

$\delta x_i^A, \delta x_i^B$ -ошибки измерения системы А,В.

x_i, \hat{x}_i -вектор состояния и его оценка.

Комплементарный фильтр (Complementary filter)



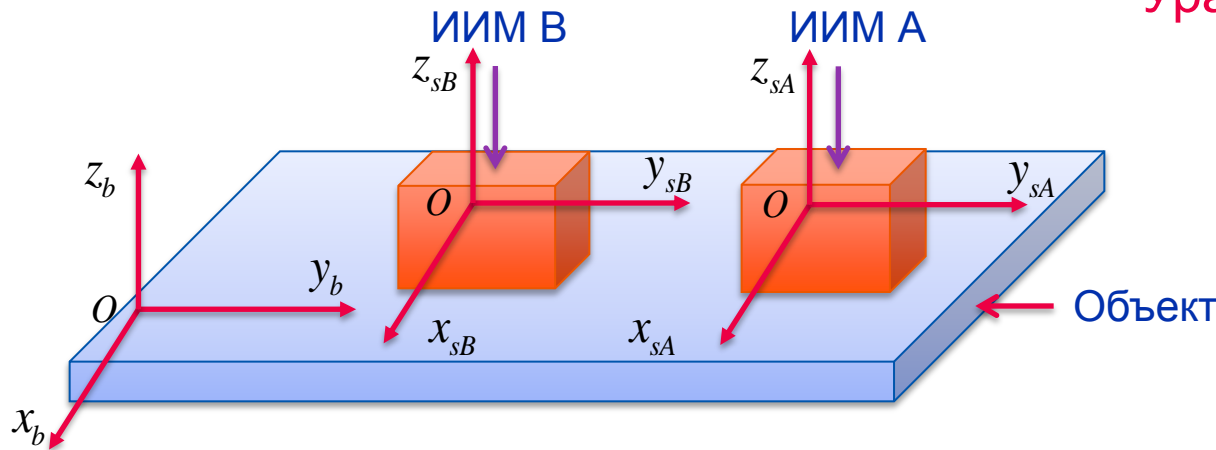
Преимущество данной схемы заключается в том, что при оценивании вектора состояния x_i не требуется его динамическая модель.

Содержание

- ✓ Введение
- ✓ Общие принципы обработки информации от двух измерительных модулей
- ✓ **Автономная система ориентации с использованием двух блоков ММГ**
- ✓ Датчик угла и его модель ошибки
- ✓ Анализ влияния ошибок датчиков углов на точность системы ориентации

Автономная система ориентации

Первый вариант создания системы ориентации:



Уравнение измерения:

$$y_i = \delta x_i^A - \delta x_i^B$$

Модели ошибок одинаковые

$$\begin{cases} \bar{J}_{sA} = C_b^{sA} \bar{\omega}_b + \bar{\varepsilon}_{sA} + \bar{v}_{sA} \\ \bar{J}_{sB} = C_b^{sB} \bar{\omega}_b + \bar{\varepsilon}_{sB} + \bar{v}_{sB} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \delta x_i^A = \bar{\varepsilon}_{sA} + \bar{v}_{sA} \\ \delta x_i^B = \bar{\varepsilon}_{sB} + \bar{v}_{sB} \end{cases}$$

где $\bar{J}_{sA}, \bar{J}_{sB}$ - измерения угловой скорости от ИИМ А и В;

$\bar{\omega}_b$ - абсолютная скорость объекта;

$\bar{\varepsilon}_{sA}, \bar{\varepsilon}_{sB}$ - смещения нуля, $\bar{v}_{sA}, \bar{v}_{sB}$ - измерительные шумы;

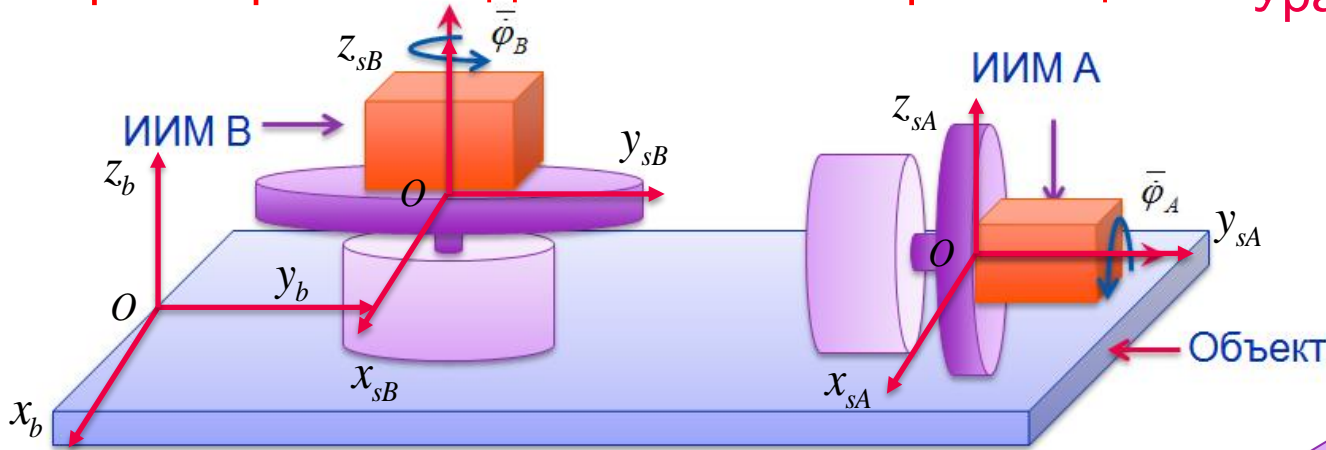
C_b^{sA}, C_b^{sB} - матрица перехода, в данном случае является

единичной.

Автономная система ориентации

Второй вариант создания системы ориентации : Уравнение измерения:

$$y_i = \delta x_i^A - \delta x_i^B$$



Модели ошибок разные

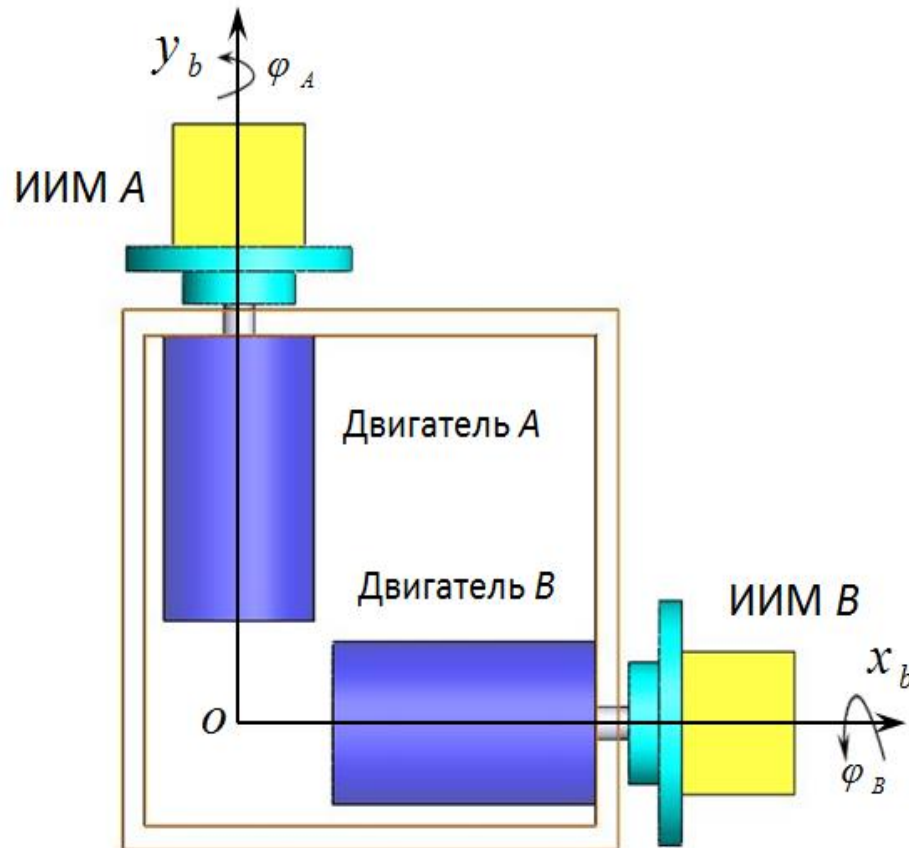
$$\begin{cases} C_{sA}^b \bar{J}_{sA} = \bar{\omega}_b + \dot{\bar{\varphi}}_A + C_{sA}^b \bar{\varepsilon}_{sA} + C_{sA}^b \bar{v}_{sA} \\ C_{sB}^b \bar{J}_{sB} = \bar{\omega}_b + \dot{\bar{\varphi}}_B + C_{sB}^b \bar{\varepsilon}_{sB} + C_{sB}^b \bar{v}_{sB} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \delta x_i^A = C_{sA}^b \bar{\varepsilon}_{sA} + C_{sA}^b \bar{v}_{sA} \\ \delta x_i^B = C_{sB}^b \bar{\varepsilon}_{sB} + C_{sB}^b \bar{v}_{sB} \end{cases}$$

$$C_{sA}^b = \begin{bmatrix} \cos \varphi_A & 0 & -\sin \varphi_A \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_A & 0 & \cos \varphi_A \end{bmatrix}, C_{sB}^b = \begin{bmatrix} \cos \varphi_B & -\sin \varphi_B & 0 \\ \sin \varphi_B & \cos \varphi_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

C_{sA}^b, C_{sB}^b -матрица перехода от измерительной СК $OX_{SA,B} Y_{SA,B} Z_{SA,B}$ к связанной СК $OX_b Y_b Z_b$

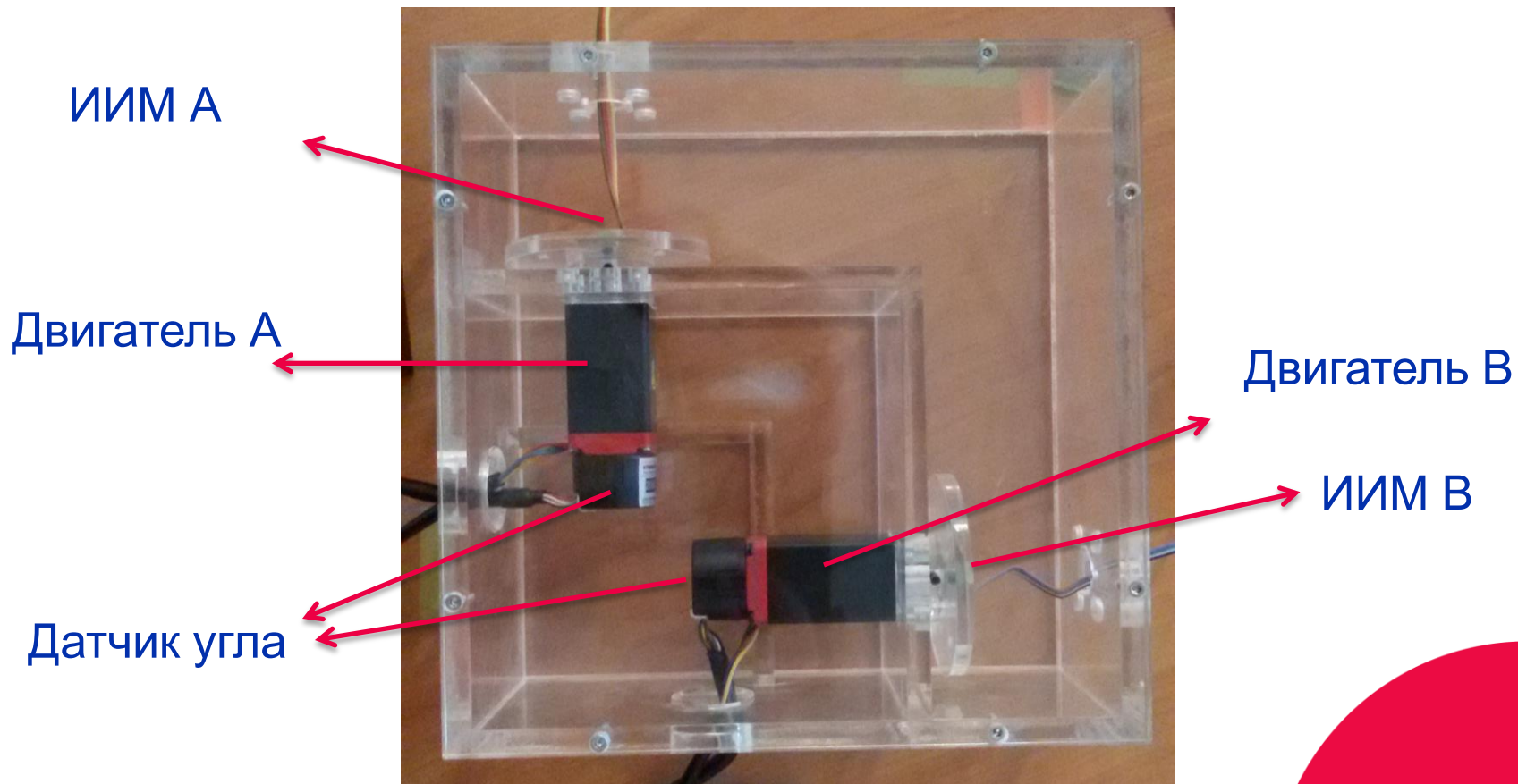


Конструкция системы ориентации с использованием двух блоков микромеханических гироскопов

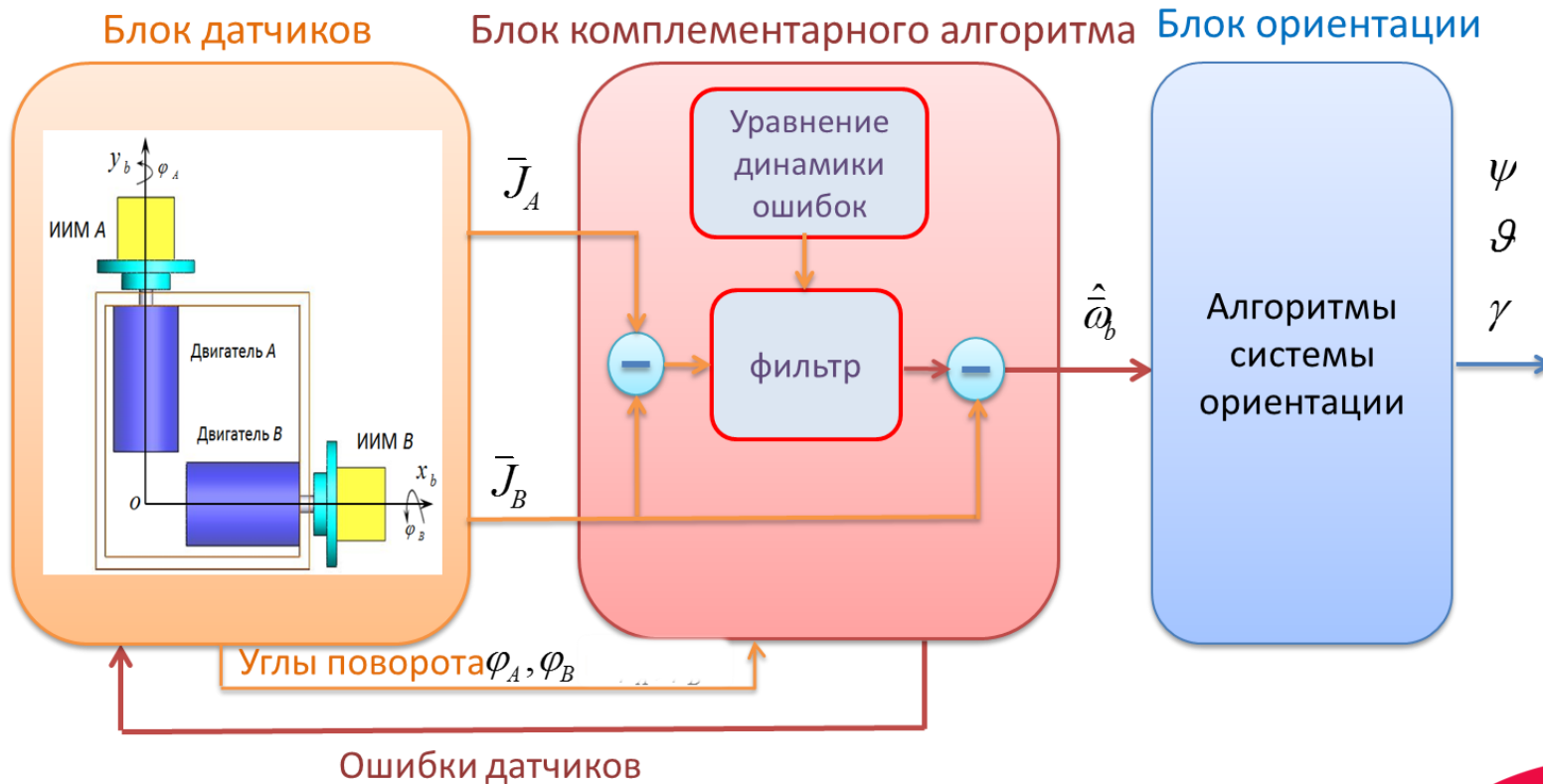


Предлагаемый вариант расположения двух ИИМ

Макет системы ориентации



Функциональная схема системы ориентации



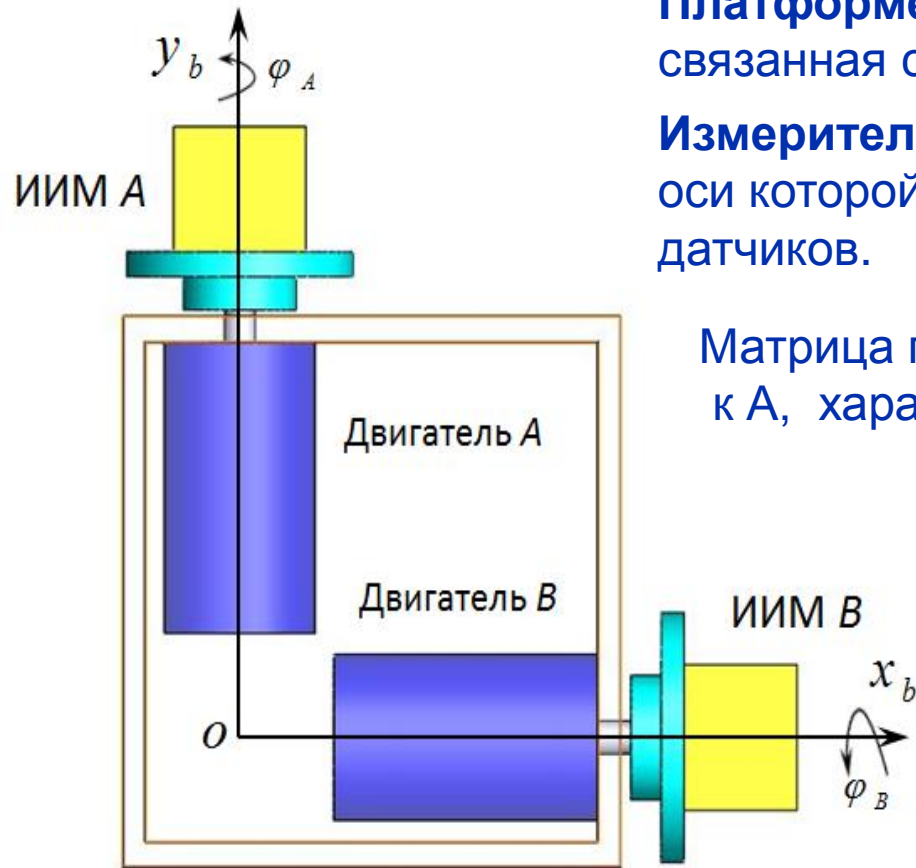
Комплементарный фильтр основан на показаниях ИИМ А и В.

Модель ошибок системы ориентации

Связанная с объектом система координат b $Ox^b Y^b Z^b$

Платформенная система координат p $Ox^{pA,B} Y^{pA,B} Z^{pA,B}$, связанная с поворотной платформой.

Измерительная система координат s $Ox^{sA,B} Y^{sA,B} Z^{sA,B}$, оси которой совпадают с осями чувствительности датчиков.



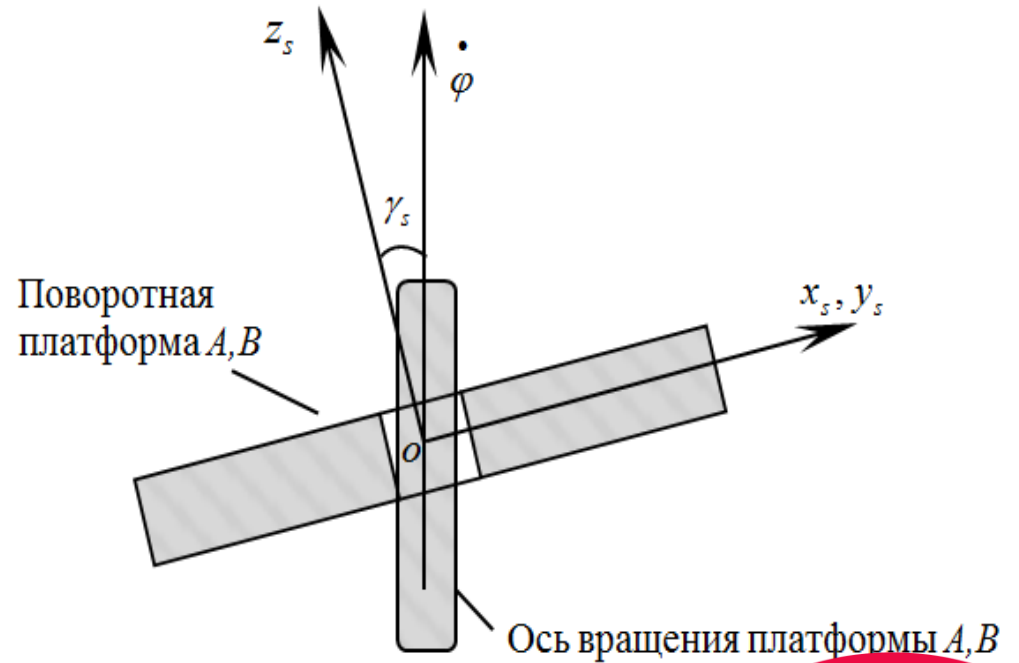
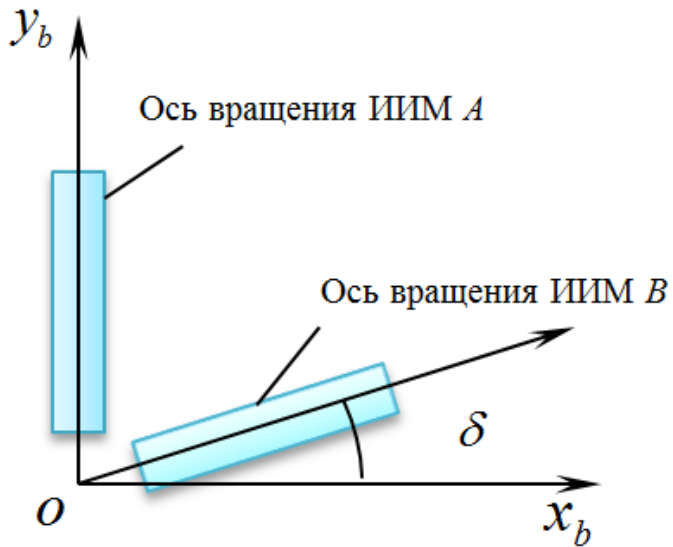
Матрица перехода C_φ от платформенной СК В к А, характеризующаяся углами φ_A, φ_B .

$$C_\varphi = C_{pB}^{pA} = C_b^{pA} (C_b^{pB})^T$$

$$= \begin{bmatrix} \sin \varphi_A \sin \varphi_B & \sin \varphi_A \cos \varphi_B & -\cos \varphi_A \\ \cos \varphi_A \sin \varphi_B & \cos \varphi_A \cos \varphi_B & \sin \varphi_A \\ \cos \varphi_B & -\sin \varphi_B & 0 \end{bmatrix}$$

Общий вид системы

Углы рассогласования платформенной СК $Ox^{sA,B}y^{sA,B}z^{sA,B}$ относительно связанной СК $Ox^bY^bZ^b$



Углы неортогональности измерительной СК $OX^{sA,B} Y^{sA,B} Z^{sA,B}$
относительно платформенной СК $OX^{pA,B} Y^{pA,B} Z^{pA,B}$

$$C_{pA}^{sA} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_x^z & -\alpha_x^y \\ -\alpha_y^z & 1 & \alpha_y^x \\ \alpha_z^y & -\alpha_z^x & 1 \end{bmatrix} \quad C_{pB}^{sB} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_x^z & -\beta_x^y \\ -\beta_y^z & 1 & \beta_y^x \\ \beta_z^y & -\beta_z^x & 1 \end{bmatrix}$$

Уравнения измерения угловой скорости в ИИМ А и В

$$\begin{cases} \bar{J}_A = (E + \Delta M_A) \bar{\omega}_A^m + \bar{\varepsilon}_A + \bar{v}_A = (E + \Delta M_A) C_{pA}^{sA} (C_b^{pA} \bar{\omega}_b + \bar{\phi}_A) + \bar{\varepsilon}_A + \bar{v}_A \\ \bar{J}_B = (E + \Delta M_B) \bar{\omega}_B^m + \bar{\varepsilon}_B + \bar{v}_B = (E + \Delta M_B) C_{pB}^{sB} (C_b^{pB} \bar{\omega}_b + \bar{\phi}_B) + \bar{\varepsilon}_B + \bar{v}_B \end{cases}$$

где \bar{J}_A, \bar{J}_B - измерения угловой скорости от ИИМ А и В;

$\bar{\omega}_b$ - абсолютная скорость объекта;

$\bar{\varepsilon}_A, \bar{\varepsilon}_B$ - смещения нуля ММГ, \bar{v}_A, \bar{v}_B - измерительные шумы;

$\Delta M_{A,B}$ - масштабные коэффициенты ММГ.

E- единичная матрица



Показания ИИМ A и B в связанной СК :

$$\begin{cases} \bar{J}_A^b = C_{pA}^b \bar{J}_A \approx \bar{\omega}_b + \bar{\phi}_A + C_{pA}^b (C_A \bar{J}_A + \bar{\varepsilon}_A + \bar{v}_A) \\ \bar{J}_B^b = C_{pB}^b \bar{J}_B \approx \bar{\omega}_b + \bar{\phi}_B + C_{pB}^b (C_B \bar{J}_B + \bar{\varepsilon}_B + \bar{v}_B) - [\bar{\omega}_b] \bar{\delta} \end{cases}$$

Разность показаний ИИМ A и B в связанной СК:

$$\bar{J} - \bar{\phi} \approx C_{pA}^b (C_A \bar{J}_A + \bar{\varepsilon}_A + \bar{v}_A) - C_{pB}^b (C_B \bar{J}_B + \bar{\varepsilon}_B + \bar{v}_B) + [\bar{\omega}_b] \bar{\delta}$$

$$= \left[\bar{J}_A^T \otimes C_{pA}^b, C_{pA}^b, -\bar{J}_B^T \otimes C_{pB}^b, -C_{pB}^b, [J_{By}^b, -J_{Ax}^b, 0]^T \right] \tilde{x} + [C_{pA}^b, -C_{pB}^b] \begin{bmatrix} \bar{v}_A \\ \bar{v}_B \end{bmatrix}$$

$$= F(\varphi_A, \varphi_B, \bar{J}_A, \bar{J}_B) \tilde{x} + G(\varphi_A, \varphi_B) w.$$

где, $\bar{J} = \bar{J}_A^b - \bar{J}_B^b = [J_x, J_y, J_z]^T$, $\bar{\phi} = \bar{\phi}_A - \bar{\phi}_B = [-\dot{\phi}_B, \dot{\phi}_A, 0]^T$, $\bar{\omega}_b \approx [J_{Ax}^b \quad J_{By}^b \quad J_{Bz}^b]^T$,

$$\tilde{x} = \left[cs(C_A)^T \quad \bar{\varepsilon}_A^T \quad cs(C_B)^T \quad \bar{\varepsilon}_B^T \quad \delta^T \right]^T,$$

$$C_A = \begin{bmatrix} \Delta M_A^x & \alpha_x^z + \gamma_{sA}^z & -\alpha_x^y - \gamma_{sA}^y \\ -\alpha_y^z - \gamma_{sA}^z & \Delta M_A^y & \alpha_y^x + \gamma_{sA}^x \\ \alpha_z^y + \gamma_{sA}^y & -\alpha_z^x - \gamma_{sA}^x & \Delta M_A^z \end{bmatrix}, C_B = \begin{bmatrix} \Delta M_B^x & \beta_x^z + \gamma_{sB}^z & -\beta_x^y - \gamma_{sB}^y \\ -\beta_y^z - \gamma_{sB}^z & \Delta M_B^y & \beta_y^x + \gamma_{sB}^x \\ \beta_z^y + \gamma_{sB}^y & -\beta_z^x - \gamma_{sB}^x & \Delta M_B^z \end{bmatrix}.$$

$cs(\bullet)$ --матричная функция, которая представляет элементы матрицы в виде столбца.



Модель вектора состояния:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_A = -F(2,:) \tilde{x} + J_y - G(2,:)w, \\ \dot{\varphi}_B = F(1,:) \tilde{x} - J_x + G(1,:)w, \\ \dot{\tilde{x}} = 0, \end{cases}$$

Уравнение измерения:

$$\begin{cases} \varphi_{Am} = \varphi_A + \Delta\varphi_A, \\ \varphi_{Bm} = \varphi_B + \Delta\varphi_B, \\ J_z = F(3,:) \tilde{x} + G(3,:)w. \end{cases}$$

Вектор состояния $x = [\varphi_A \ \varphi_B \ \tilde{x}]^T = [\varphi_A \ \varphi_B \ cs(C_A)^T \ \bar{\varepsilon}_A^T \ cs(C_B)^T \ \bar{\varepsilon}_B^T \ \delta^T]^T$.

Всего **27** неизвестных составляющих.

В дискретном виде представленная задача имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x_i &= \Phi_i x_{i-1} + \Gamma_i w_i, \\ y_i &= H_i x_i + \Psi_i v_i \end{aligned}$$

Оценка вектора состояния может быть найдена с использованием фильтра Калмана, при этом точность полученных оценок ошибок ИИМ и углов ориентации характеризуется ковариационной матрицей.

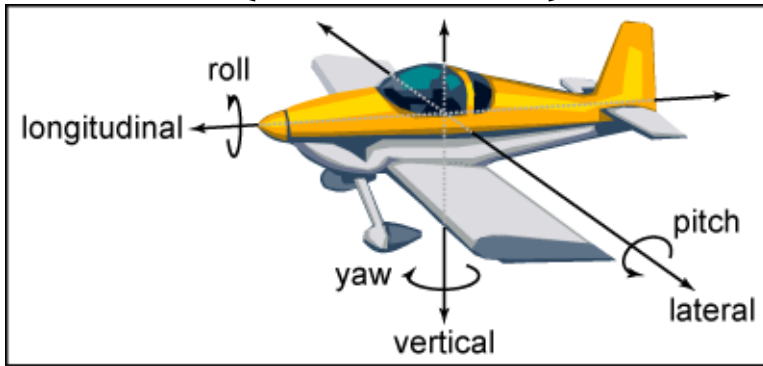
Содержание

- ✓ Введение
- ✓ Общие принципы обработки информации от двух измерительных модулей
- ✓ Автономная система ориентации с использованием двух блоков ММГ
- ✓ **Анализ наблюдаемости погрешностей системы ориентации**
- ✓ Результаты моделирования

Критерий наблюдаемости вектора $x = [\varphi_A \ \varphi_B \ cs(C_A)^T \ \bar{\varepsilon}_A^T \ cs(C_B)^T \ \bar{\varepsilon}_B^T \ \delta^T]^T$.

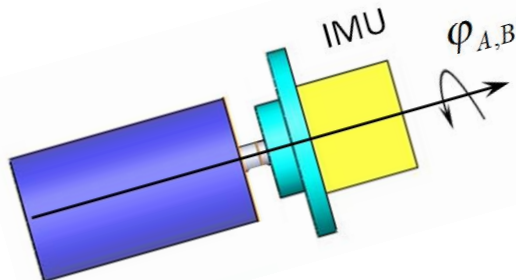
$$\text{rank} \left\{ \begin{bmatrix} H_i \\ H_{i+1} \Phi_{i+1} \\ \vdots \\ H_{i+n} \Phi_{i+n} \end{bmatrix} \right\} \stackrel{?}{=} 27 \rightarrow$$

Этот критерий является достаточно простым и может быть легко применен для анализа наблюдаемости.

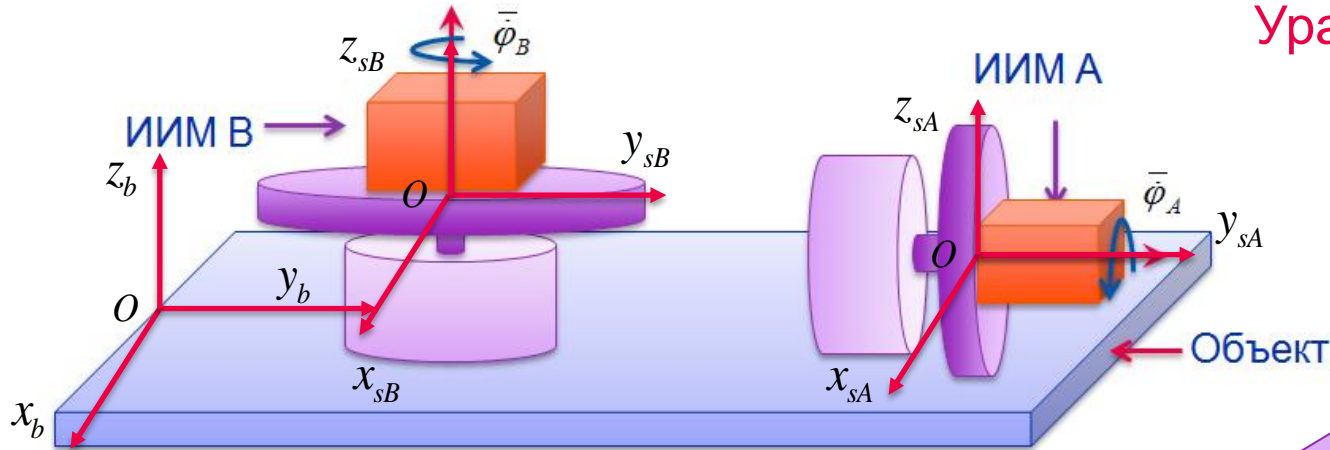


Задача:

1. Проанализировать зависимость наблюдаемости вектора x от угловых скоростей объекта;
2. Сформулировать требования к скорости модуляционного вращения.



Анализ наблюдаемости при учете только смещения нулей ММГ



Уравнение измерения:

$$y_i = \delta x_i^A - \delta x_i^B$$

Модели ошибок
разные

$$\begin{cases} C_{sA}^b \bar{J}_{sA} = \bar{\omega}_b + \bar{\dot{\varphi}}_A + C_{sA}^b \bar{\varepsilon}_{sA} + C_{sA}^b \bar{v}_{sA} \\ C_{sB}^b \bar{J}_{sB} = \bar{\omega}_b + \bar{\dot{\varphi}}_B + C_{sB}^b \bar{\varepsilon}_{sB} + C_{sB}^b \bar{v}_{sB} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \delta x_i^A = C_{sA}^b \bar{\varepsilon}_{sA} + C_{sA}^b \bar{v}_{sA} \\ \delta x_i^B = C_{sB}^b \bar{\varepsilon}_{sB} + C_{sB}^b \bar{v}_{sB} \end{cases}$$

$$C_{sA}^b = \begin{bmatrix} \cos \varphi_A & 0 & -\sin \varphi_A \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_A & 0 & \cos \varphi_A \end{bmatrix}, C_{sB}^b = \begin{bmatrix} \cos \varphi_B & -\sin \varphi_B & 0 \\ \sin \varphi_B & \cos \varphi_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Анализ наблюдаемости при учете только смещения нулей ММГ

Уравнение измерения:

$$y_i = \delta x_i^A - \delta x_i^B = \begin{bmatrix} \varepsilon_A^x \cos \varphi_A - \varepsilon_A^z \sin \varphi_A - \varepsilon_B^x \cos \varphi_B + \varepsilon_B^y \sin \varphi_B \\ \varepsilon_A^y - \varepsilon_B^x \sin \varphi_B - \varepsilon_B^y \cos \varphi_B \\ \varepsilon_A^x \sin \varphi_A + \varepsilon_A^z \cos \varphi_A - \varepsilon_B^z \end{bmatrix} + C_{sA}^b \bar{v}_{sA} - C_{sB}^b \bar{v}_{sB}.$$

Отметим, что наблюдаемость смещений нулей обеспечивается путем **непрерывного вращения** платформы А и В.

Уравнения измерения может быть записана в виде синусно-косинусной функции с неизвестными амплитудами A_0 - A_{14}

$$y = \underline{A_0} \sin \varphi_A \sin \varphi_B + \underline{A_1} \sin \varphi_A \cos \varphi_B + \underline{A_2} (-\cos \varphi_A) + \underline{A_3} \cos \varphi_A \sin \varphi_B + \\ + \underline{A_4} \cos \varphi_A \cos \varphi_B + \underline{A_5} \sin \varphi_A + \underline{A_6} \cos \varphi_B + \underline{A_7} (-\sin \varphi_B) + \underline{A_8} \times 1 + \\ + \underline{A_9} \sin \varphi_A \sin 2\varphi_B + \underline{A_{10}} \sin \varphi_A \cos 2\varphi_B + \underline{A_{11}} \sin 2\varphi_A + \underline{A_{12}} \cos 2\varphi_A + \\ + \underline{A_{13}} \cos \varphi_A \sin 2\varphi_B + \underline{A_{14}} \cos \varphi_A \cos 2\varphi_B.$$

Анализ наблюдаемости вектора

$$x = \left[\varphi_A \quad \varphi_B \quad cS(C_A)^T \quad \bar{\varepsilon}_A^T \quad cS(C_B)^T \quad \bar{\varepsilon}_B^T \quad \delta^T \right]^T.$$

Представим **разность** показаний ИИМ А и В в табличном виде:

$$\bar{J} - \bar{\varphi} \approx C_{pA}^b (C_A \bar{J}_A + \bar{\varepsilon}_A + \bar{v}_A) - C_{pB}^b (C_B \bar{J}_B + \bar{\varepsilon}_B + \bar{v}_B) + [\bar{\omega}_b] \bar{\delta}$$

	A_0	A_1	A_2
J_x	$-J_B^x \beta_y^z - \varepsilon_B^y$	$J_B^x \beta_z^y - \varepsilon_B^z$	$\omega_x^b (-\Delta k_A^x - \Delta k_B^x) - \bar{\varphi}_B \Delta k_B^x + \omega_y^b \delta + \omega_z^b \alpha_x^y + \varepsilon_B^x$
	A_3	A_4	A_5
	$-\omega_z^b \beta_x^z - \omega_y^b \beta_x^y$	$-\omega_y^b \beta_x^z + \omega_z^b \beta_x^y$	$-\omega_x^b \alpha_x^y - 0.5 \omega_y^b (\beta_y^x + \beta_z^x) - 0.5 \omega_z^b (2\Delta k_A^x - \Delta k_B^z - \Delta k_B^y)$
	A_6	A_7	A_8
	0	0	$\varepsilon_A^x + (\varphi_A + \omega_y^b) \alpha_x^z$
	A_9	A_{10}	
	$0.5 \omega_y^b (\Delta k_B^y - \Delta k_B^z) + 0.5 \omega_z^b (\beta_y^x - \beta_z^x)$	$-0.5 \omega_z^b (\Delta k_B^y - \Delta k_B^z) + 0.5 \omega_y^b (\beta_y^x - \beta_z^x)$	

1

2

3



Анализ наблюдаемости вектора

$$x = \left[\varphi_A \quad \varphi_B \quad cs(C_A)^T \quad \bar{\varepsilon}_A^T \quad cs(C_B)^T \quad \bar{\varepsilon}_B^T \quad \delta^T \right]^T.$$

	A_0	A_1	A_2
	$-J_B^x \beta_y^z - \varepsilon_B^y$	$J_B^x \beta_z^y - \varepsilon_B^z$	$\omega_x^b (-\Delta k_A^x - \Delta k_B^x) - \dot{\varphi}_B \Delta k_B^x + \omega_y^b \delta + \omega_z^b \alpha_x^y + \varepsilon_B^x$
J_x	A_3	A_4	A_5
	$-\omega_z^b \beta_x^z - \omega_y^b \beta_x^y$	$-\omega_y^b \beta_x^z + \omega_z^b \beta_x^y$	$-\omega_x^b \alpha_x^y - 0.5 \omega_y^b (\beta_y^x + \beta_z^x) - 0.5 \omega_z^b (2 \Delta k_A^x - \Delta k_B^z - \Delta k_B^y)$
	A_6	A_7	A_8
	0	0	$\varepsilon_A^x + (\dot{\varphi}_A + \omega_y^b) \alpha_x^z$
	A_9	A_{10}	
	$0.5 \omega_y^b (\Delta k_B^y - \Delta k_B^z) + 0.5 \omega_z^b (\beta_y^x - \beta_z^x)$	$-0.5 \omega_z^b (\Delta k_B^y - \Delta k_B^z) + 0.5 \omega_y^b (\beta_y^x - \beta_z^x)$	

1 $0.5 \omega_y^b (\Delta k_B^y - \Delta k_B^z) + 0.5 \omega_z^b (\beta_y^x - \beta_z^x)$

2 $\varepsilon_A^x + (\dot{\varphi}_A + \omega_y^b) \alpha_x^z$

3 $\omega_x^b (-\Delta k_A^x - \Delta k_B^x) - \dot{\varphi}_B \Delta k_B^x + \omega_y^b \delta + \omega_z^b \alpha_x^y + \varepsilon_B^x$

Заключение:

1. Для разделения всех составляющих вектора, необходимо, чтобы скорости объекта $\omega_x^b, \omega_y^b, \omega_z^b$ были переменными и отличными друг от друга.
2. Для обеспечения наблюдаемости составляющих $\Delta k_A^y, \Delta k_B^x$ необходимо ввести переменные скорости вращения платформ

Содержание

- ✓ *Введение*
- ✓ *Общие принципы обработки информации от двух измерительных модулей*
- ✓ *Автономная система ориентации с использованием двух блоков ММГ*
- ✓ *Анализ наблюдаемости погрешностей системы ориентации*
- ✓ **Результаты моделирования**

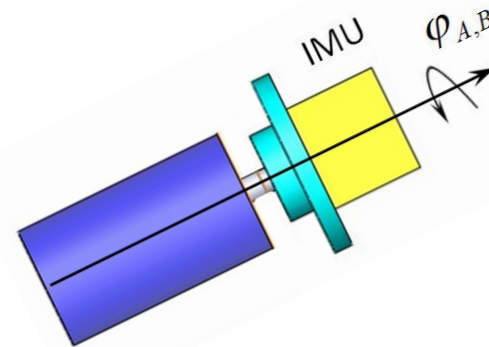
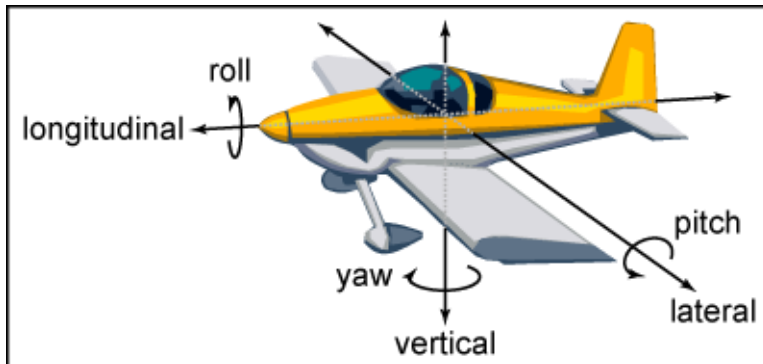
Условия проведённого моделирования

Заданы угловые скорости подвижного объекта $\bar{\omega}_b$ и истинные углы поворота платформ φ_A, φ_B :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{ibx}^b = 1 \times \sin\left(\frac{2\pi}{10f_c} \times i\right) \\ \omega_{iby}^b = 1 \times \sin\left(\frac{2\pi}{8f_c} \times i\right) \\ \omega_{ibz}^b = 1 \times \cos\left(\frac{2\pi}{5f_c} \times i\right) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_{Ai} = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{15f_c} \times i\right) \\ \varphi_{Bi} = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{15f_c} \times i\right) \end{array} \right.$$

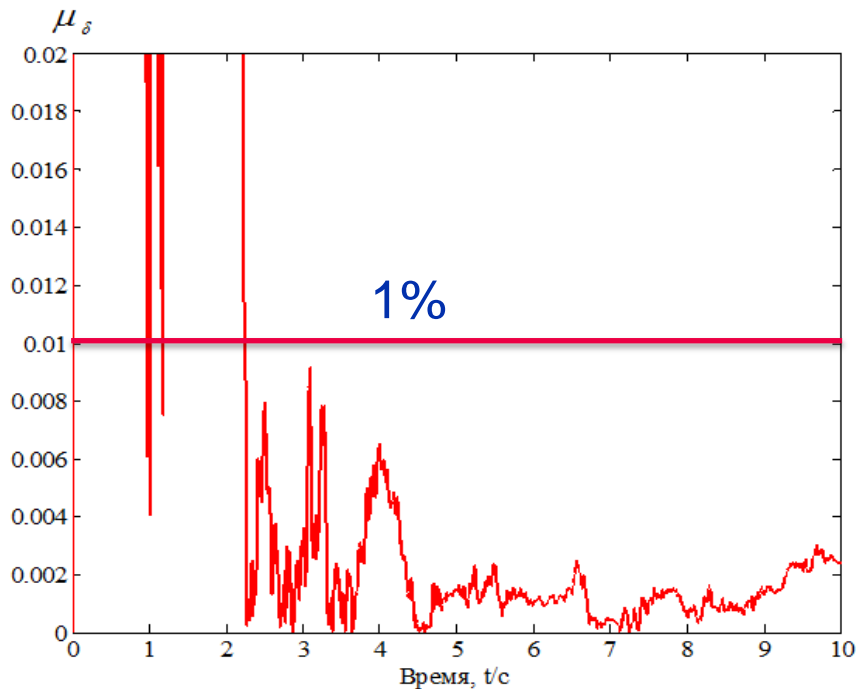
Частота
съема
данных:

$$f_c = 200 \text{ Hz}$$



Результаты моделирования

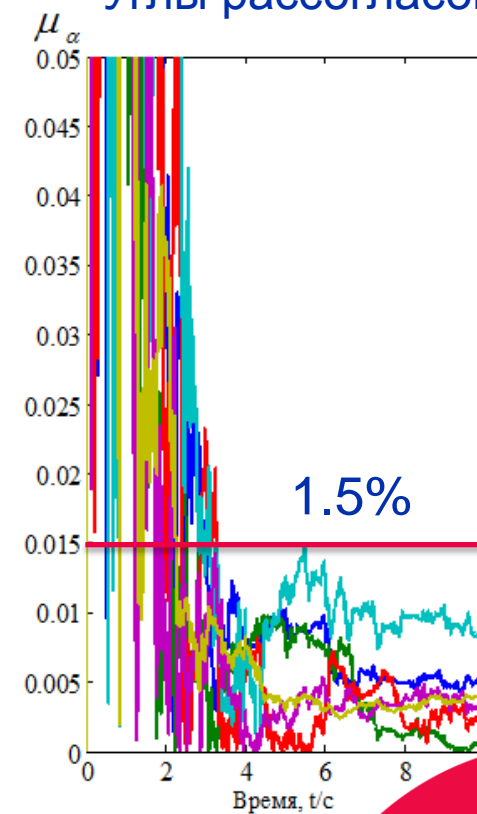
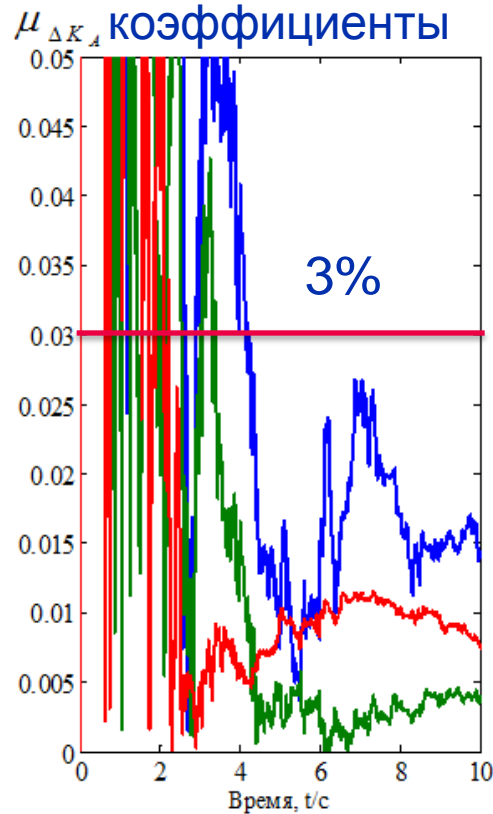
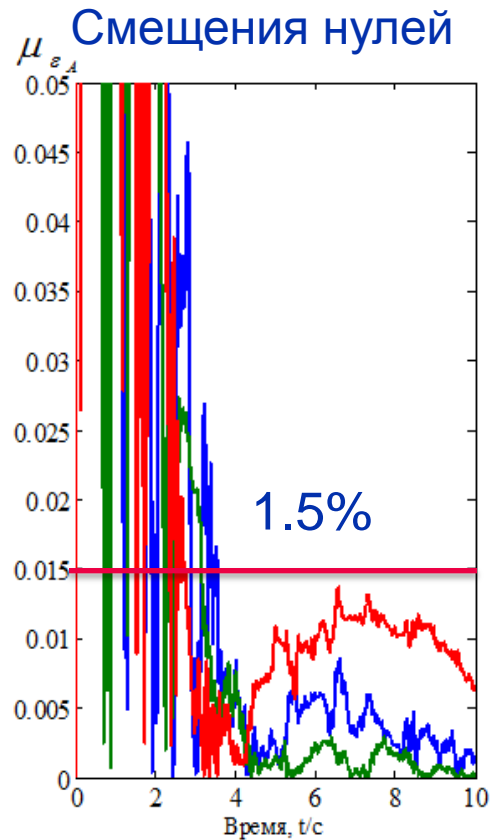
Относительная ошибка оценки угла δ



Результаты моделирования

Масштабные коэффициенты

Углы рассогласования



Заключение

- ✓ *Предложена схема автономного решения задачи ориентации на подвижном объекте с использованием двух вращающихся блоков ММГ.*
- ✓ *Проведен анализ наблюдаемости погрешностей системы ориентации.*
- ✓ *Показано, что полная наблюдаемость обеспечивается при использовании переменных скоростей модуляционного вращения обеих платформ и при наличии углового движения объекта.*



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Спасибо за внимание!