



Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

Кафедра автоматике и процессов управления

Программный модуль для исследования нелинейных тепло- и массообменных процессов в ректификационных колоннах насадочного типа

Докладчик: магистрант Сердитов Ю.Н.

Содокладчик: к.т.н. Абрамкин С.Е.

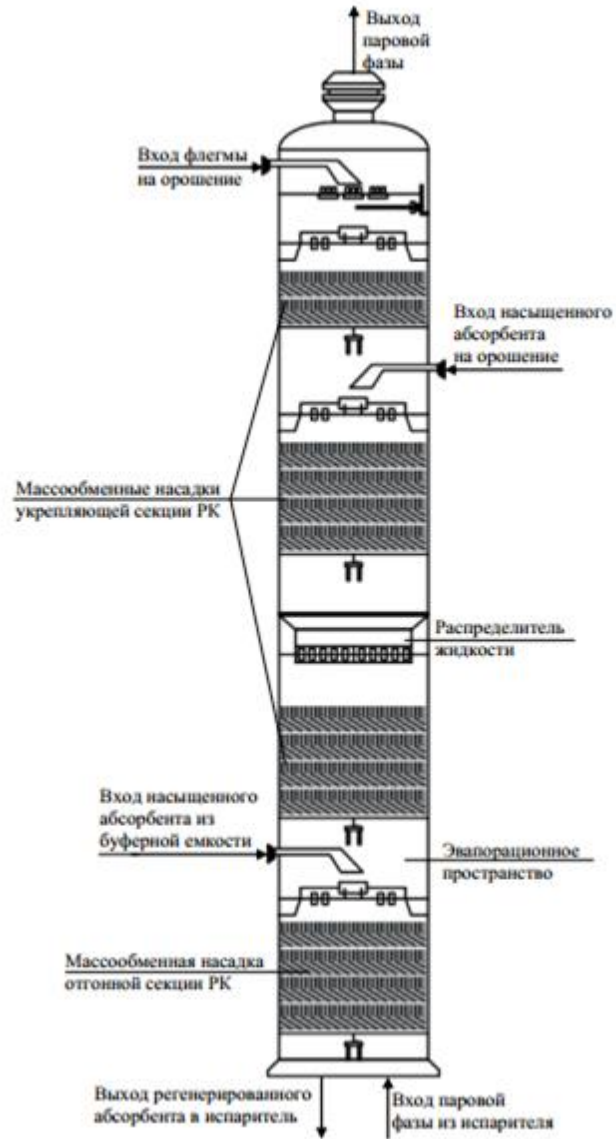
Цель работы

Разработка программного модуля для моделирования тепло- и массообменных процессов в ректификационных колоннах насадочного типа, используемых в газовой промышленности.

Задачи работы:

- сравнительный анализ разностных схем для моделирования ТП;
- разработка разностных схем для моделирования нелинейных тепло- и массообменных процессов в насадочной ректификационной колонне;
- разработка алгоритма моделирования.

Объект исследования¹



Ректификационная колонна

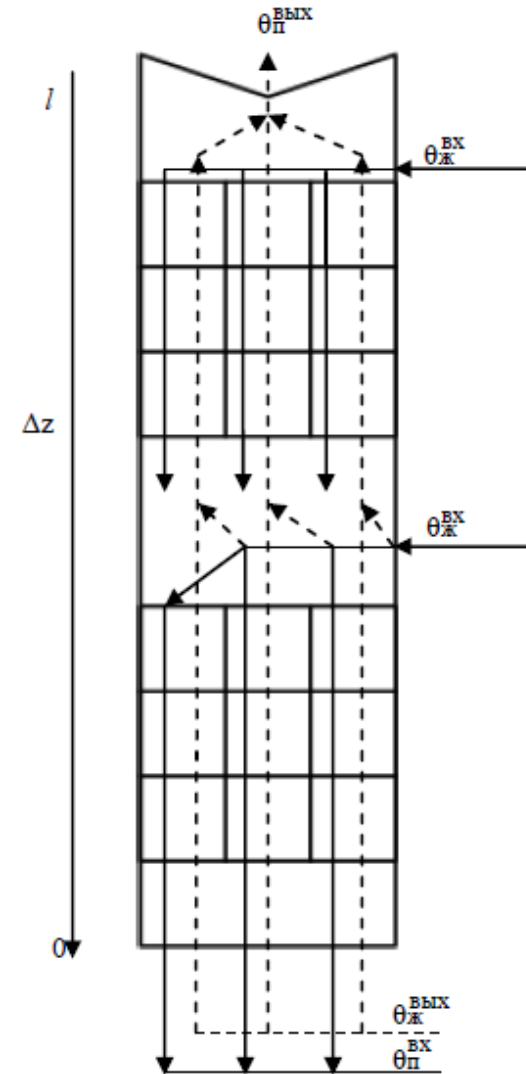


Схема противоточного движения фаз в РК

[1] Абрамкин С. Е., Душин С. Е. Математическое моделирование управляемых процессов абсорбционной осушки природного газа.

Исходная математическая модель в форме дифференциальных уравнений в частных производных²:

$$\frac{\partial \theta_{\text{п}}}{\partial t} = -v_{\text{п}}(\theta_{\text{п}}) \frac{\partial \theta_{\text{п}}}{\partial z} - R_{\theta_{\text{п}}}(\theta_{\text{п}} - \theta_{\text{ж}});$$

$$\frac{\partial \theta_{\text{ж}}}{\partial t} = v_{\text{ж}} \frac{\partial \theta_{\text{ж}}}{\partial z} + R_{\theta_{\text{ж}}}(\theta_{\text{п}} - \theta_{\text{ж}}).$$

где $v_{\text{п}}(\theta_{\text{п}}) = \left(\frac{V_m \bar{G}_{\text{п}}(\theta_0 + \theta_{\text{п}}) P_0}{(\pi \theta_0 P_p D^2) / 4} \right)$ – скорость потока газа; $v_{\text{ж}}$ – скорость потока жидкости (абсорбента); $\theta_{\text{п}}$ – температура пара; θ_0 – нормальная температура 273 К; D – диаметр основания колонны; V_m – объем моля идеального газа при нормальных условиях; P_0 – нормальное давление; P_p – рабочее давление; $\bar{G}_{\text{п}}$ – расход пара; t – время, с; z – пространственная переменная; $R_{\theta_{\text{п}}}$, $R_{\theta_{\text{ж}}}$ – физико-технологические коэффициенты.

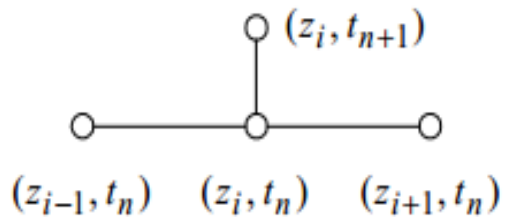
[2] Абрамкин С. Е., Душин С. Е. Исследование динамической математической модели взаимосвязанных массотеплообменных процессов в ректификационной колонне

Анализ разностных схем моделирования процессов

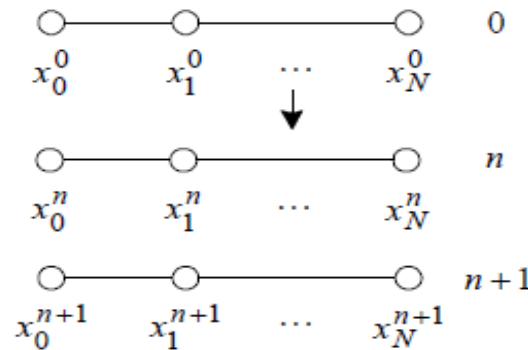
1. Явная схема Эйлера

Широко используется при моделировании пространственных технологических тепловых процессов.

Сетка задаётся по пространственной переменной z с шагом h и по временной переменной t с шагом τ , a – коэффициент температуропроводности.



Четырёхточечный шаблон
явной разностной схемы



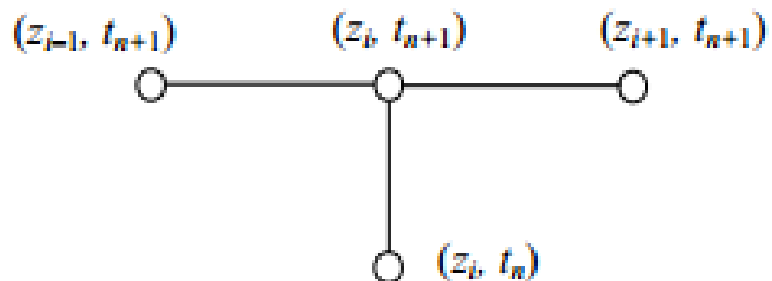
Послойное решение по
явной разностной схеме

Условие вычислительной
устойчивости:

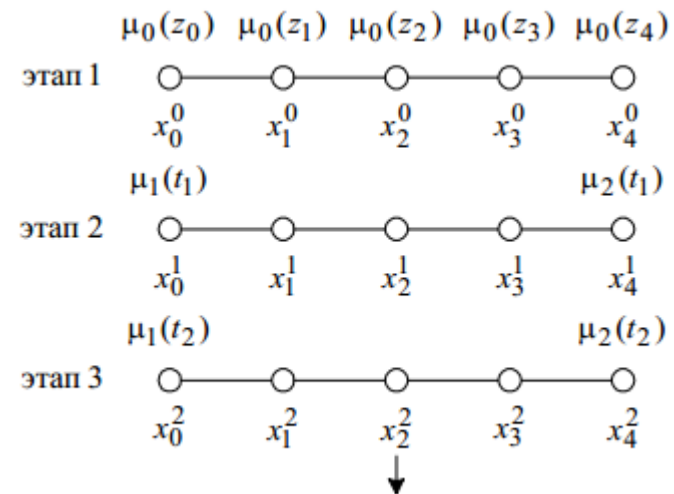
$$\tau \leq 0.5h / a$$

2. Неявная схема Эйлера

Схема обладает повышенной вычислительной устойчивостью.

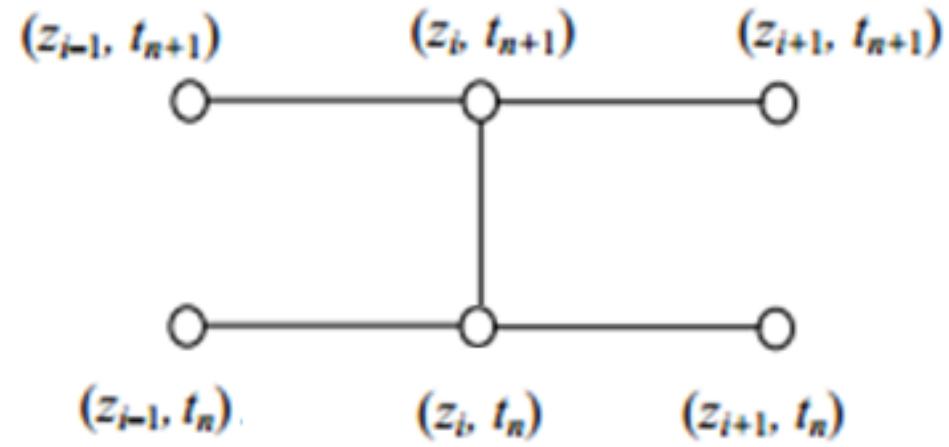


Четырёхточечный шаблон неявной разностной схемы



Послойное решение по неявной разностной схеме

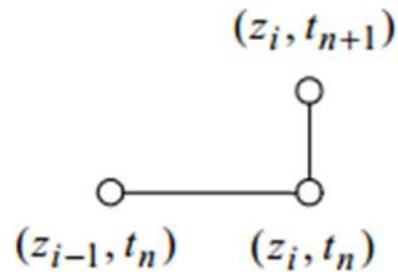
3. Схема Кранка-Николсона



Шеститочечный шаблон разностной схемы Кранка-Николсона

Разностная схема моделирования противоположно направленных тепловых потоков

Конечно-разностная модель. Приведение исходной системы уравнений к разностному виду:

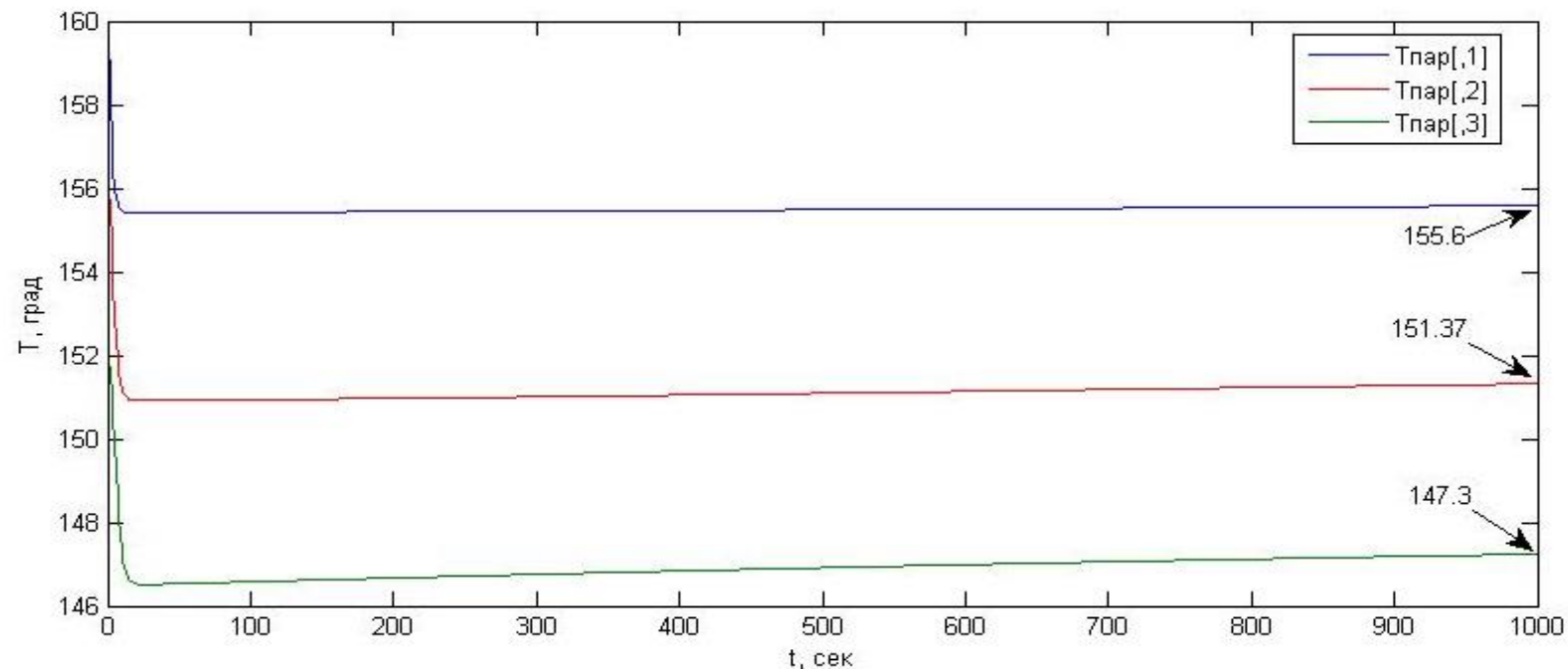


Трёхточечный шаблон для явной разностной схемы

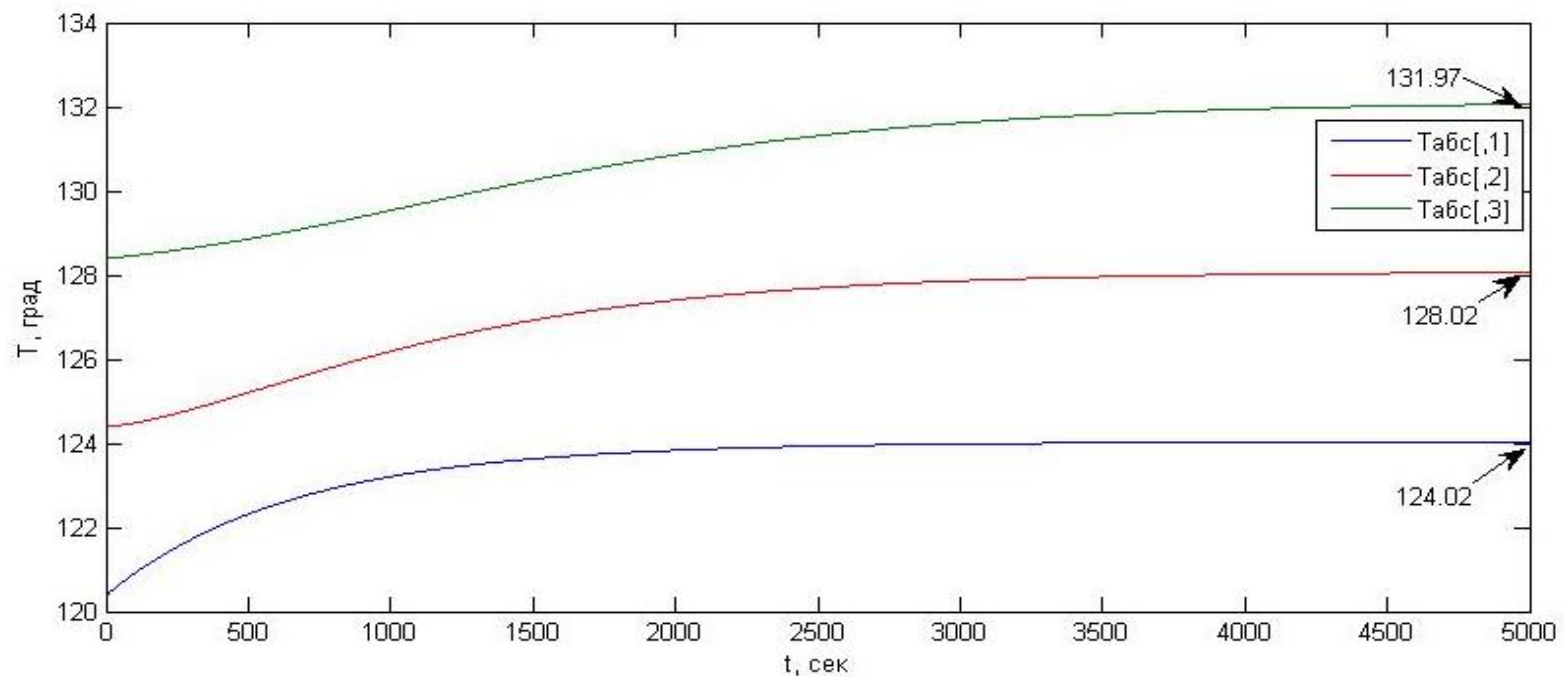
$$X_{n+1}^i = -X_n^i (\gamma_1 - 1 + R_{\theta_n} \tau) + \gamma_1 X_n^{i-1} + R_{\theta_n} \tau Y_n^j$$
$$Y_{n+1}^i = -Y_n^i (\gamma_2 - 1 + R_{\theta_{жс}} \tau) + \gamma_2 Y_n^{i-1} + R_{\theta_{жс}} \tau X_n^j,$$

где $\gamma_1 = (a\tau)/h$, $\gamma_2 = (a\tau)/h$, X_n^i – температура пара, Y_n^i – температура жидкости, τ – шаг дискретизации по времени, h – шаг дискретизации по пространственной переменной.

Переходные процессы теплообменной модели



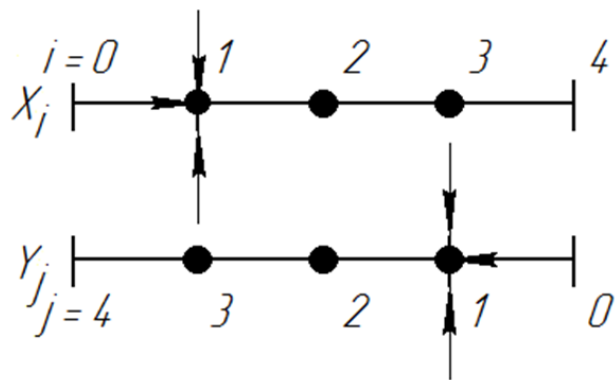
а)



б)

Графики переходных процессов системы в различных узлах сеток: а – для пара, б – для жидкости

Нелинейная разностная схема



$$X_{n+1}^i = -X_n^i (\gamma\tau - 1 - \gamma(X_n^i)\tau + R_{\theta n} \tau) + \gamma\tau X_n^{i-1} - \gamma(X_n^i)\tau X_n^{i+1} + R_{\theta n} \tau Y_n^j;$$

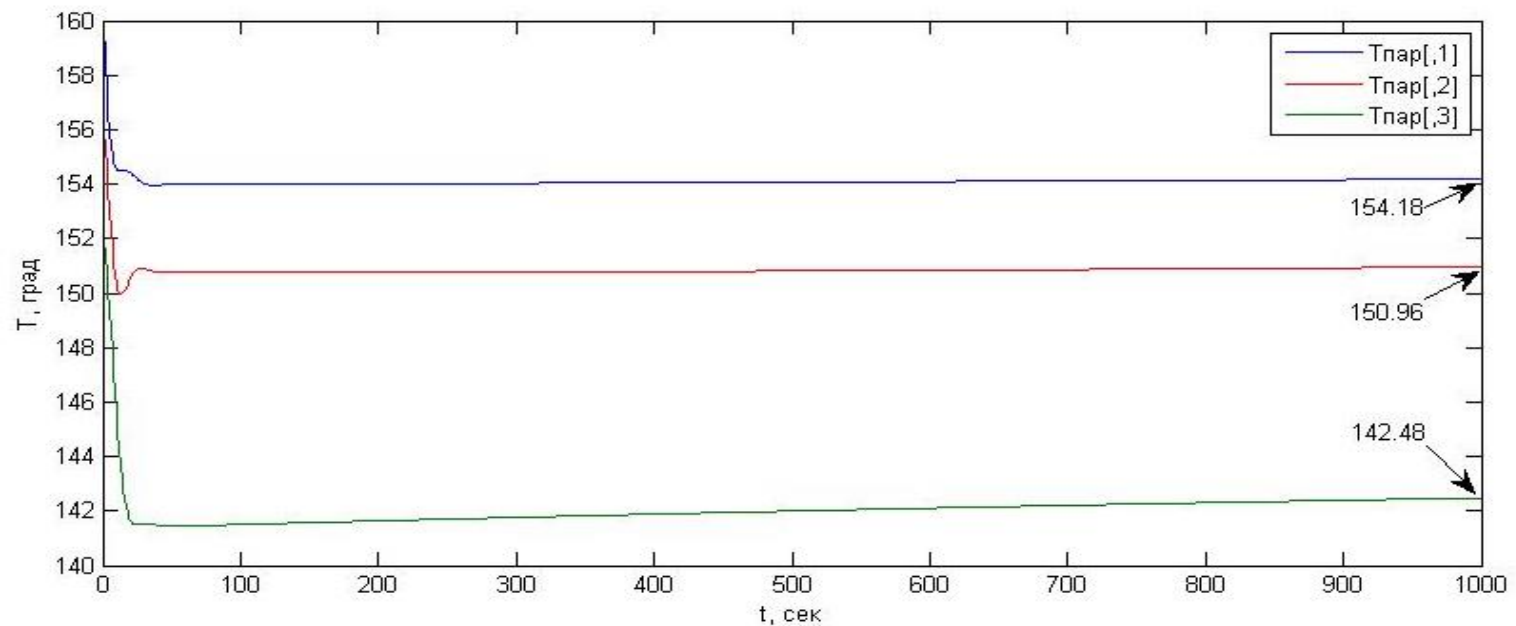
$$Y_{n+1}^i = -Y_n^i (\gamma_2 - 1 + R_{\theta_{жс}} \tau) + \gamma_2 Y_n^{i-1} + R_{\theta_{жс}} \tau X_n^j.$$

, где $\gamma(X_n^i) = \alpha X_n^{i+1} / h$.

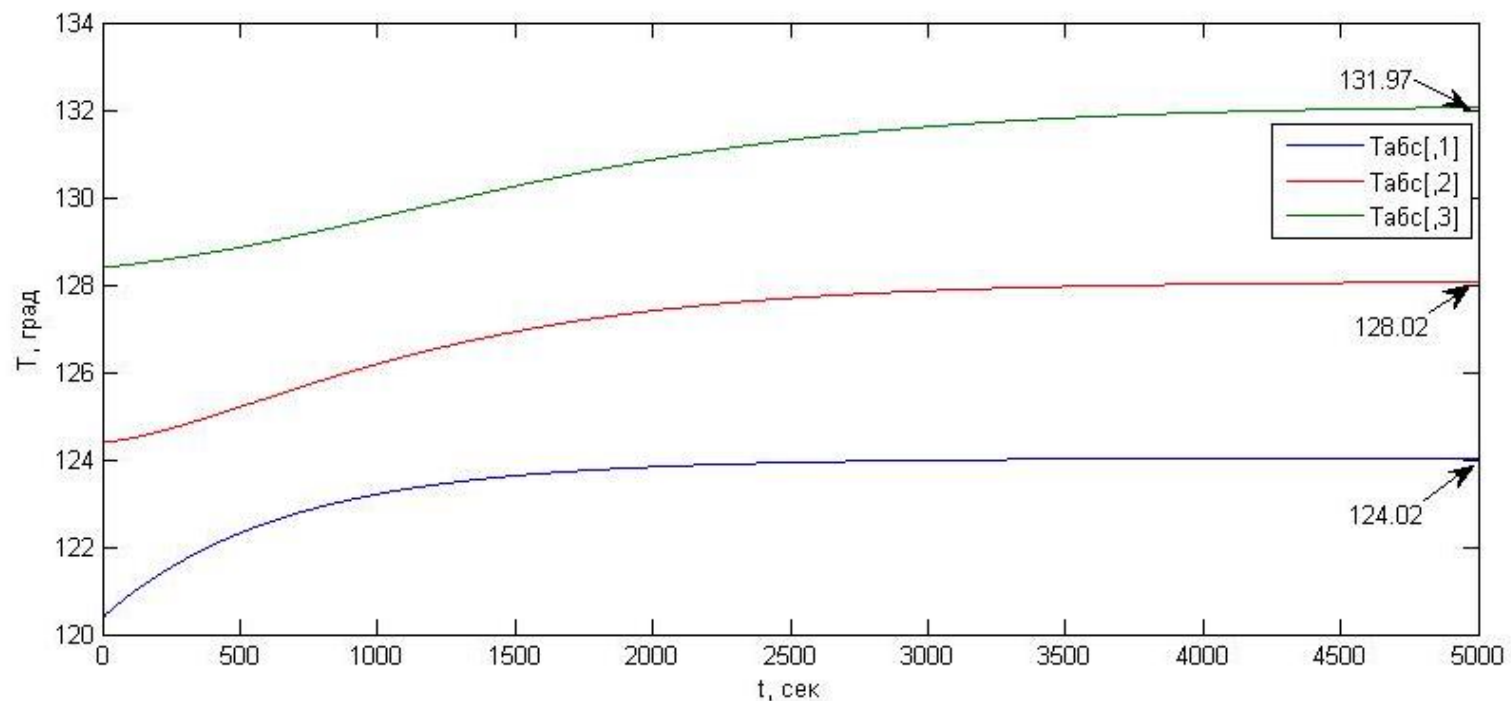
Схема взаимодействия
противоположных потоков
для формирования
разностной схемы

Переходные процессы нелинейной теплообменной модели

Графики переходных процессов
нелинейной системы в
различных узлах сеток: а –
для пара, б – для жидкости



а)



б)

Непрерывная модель и разностная схема взаимосвязанного тепломассообменного процесса

$$\frac{\partial C_{ц.п}}{\partial t} = v_{п}(\theta_{п}) \frac{\partial C_{ц.п}}{\partial z} + R_{п}(C_{ц.п} - EC_{ц.ж});$$

$$\frac{\partial C_{ц.ж}}{\partial t} = -v_{ж} \frac{\partial C_{ц.ж}}{\partial z} - R_{ж}(C_{ц.п} - EC_{ц.ж});$$

$$\frac{\partial \theta_{п}}{\partial t} = -v_{п}(\theta_{п}) \frac{\partial \theta_{п}}{\partial z} - R_{\theta_{п}}(\theta_{п} - \theta_{ж});$$

$$\frac{\partial \theta_{ж}}{\partial t} = v_{ж} \frac{\partial \theta_{ж}}{\partial z} + R_{\theta_{ж}}(\theta_{п} - \theta_{ж}).$$

$$X_{n+1}^i = -X_n^i (\gamma\tau - 1 - \gamma(Z_n^i)\tau - R_n\tau) + \gamma\tau X_n^{i-1} - \gamma(Z_n^i)\tau X_n^{i+1} - R_n\tau Y_n^j,$$

$$Y_{n+1}^i = -Y_n^i (\gamma 2 - 1 - R_{жс}\tau) + \gamma 2 Y_n^{i-1} - R_{жс}\tau X_n^j,$$

$$Z_{n+1}^i = -Z_n^i (\gamma\tau - 1 - \gamma(Z_n^i)\tau + R_{\theta_n}\tau) + \gamma\tau Z_n^{i-1} - \gamma(Z_n^i)\tau Z_n^{i+1} + R_{\theta_n}\tau D_n^j,$$

$$D_{n+1}^i = -D_n^i (\gamma 2 - 1 + R_{\theta_{жс}}\tau) + \gamma 2 D_n^{i-1} + R_{\theta_{жс}}\tau Z_n^j.$$

Граничные и начальные условия:

$$C_{ц.п.}(z, t)|_{z=0} = C_{ц.п.}^{6x}(t), C_{ц.п.}(z, t)|_{z=l_{к}} = C_{ц.п.}^{6blx}(t);$$

$$C_{ц.жс.}(z, t)|_{z=l_{к}} = C_{ц.жс.}^{6x}(t), C_{ц.жс.}(z, t)|_{z=0} = C_{ц.жс.}^{6blx}(t);$$

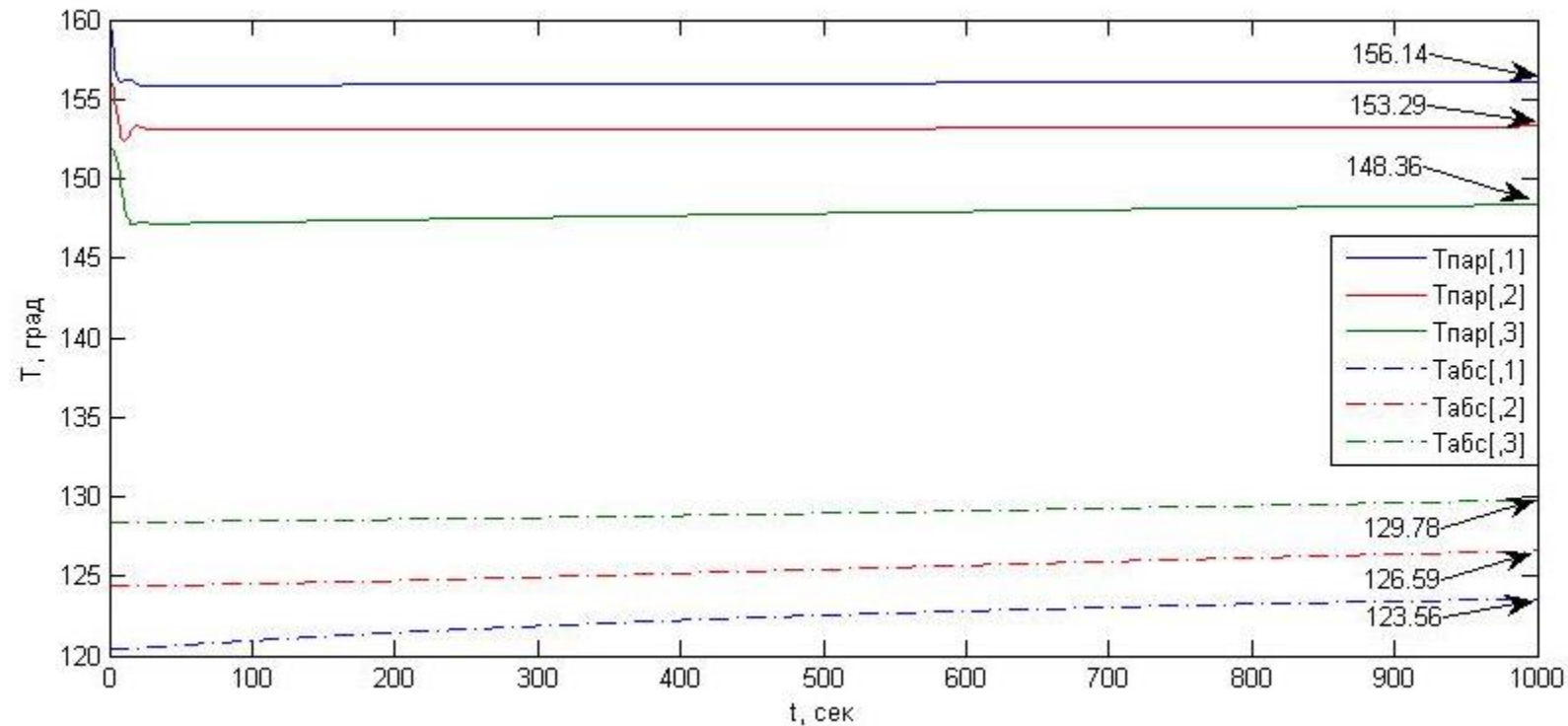
$$\theta_n(z, t)|_{z=0} = \theta_n^{6x}(z), \theta_{жс.}(z, t)|_{z=l} = \theta_{жс.}^{6x}(z);$$

$$\theta_n(z, t)|_{z=l} = \theta_n^{6blx}(z), \theta_{жс.}(z, t)|_{z=0} = \theta_{жс.}^{6blx}(z);$$

$$C_{ц.п.}(z, t)|_{t=0} = C_{ц.п.}^0(z), C_{ц.жс.}(z, t)|_{t=0} = C_{ц.жс.}^0(z);$$

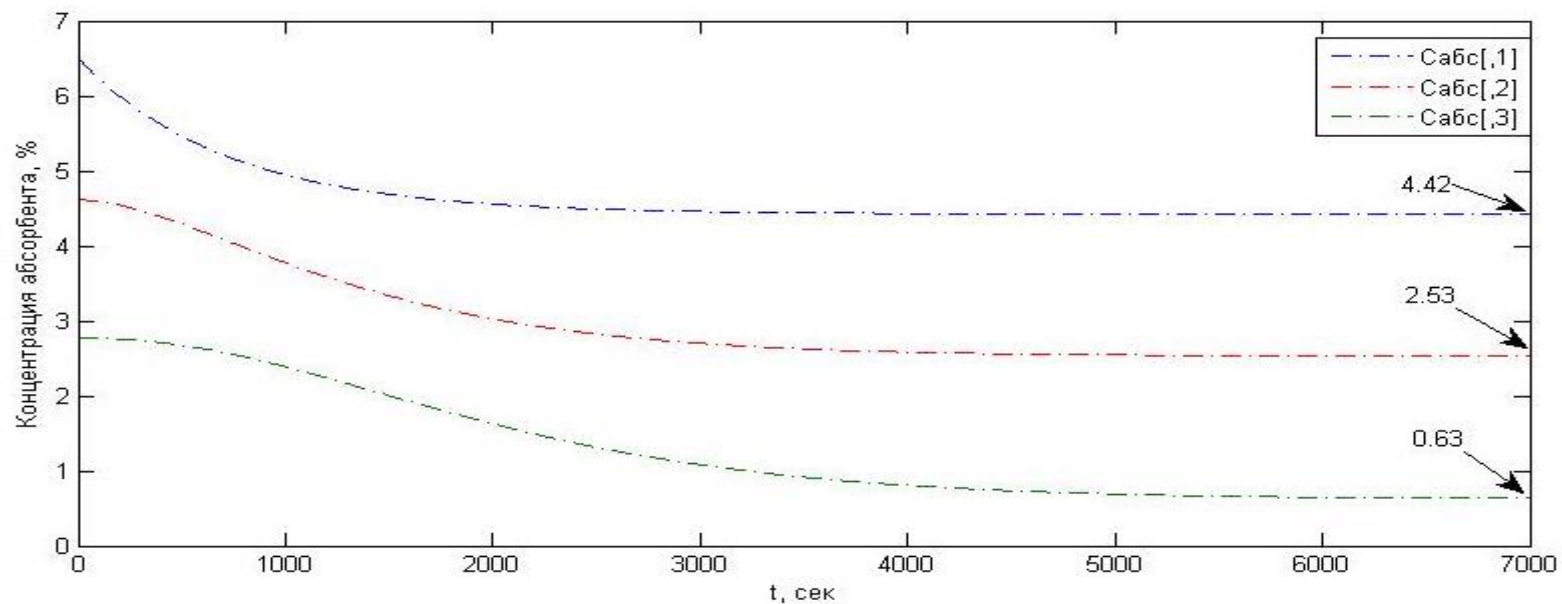
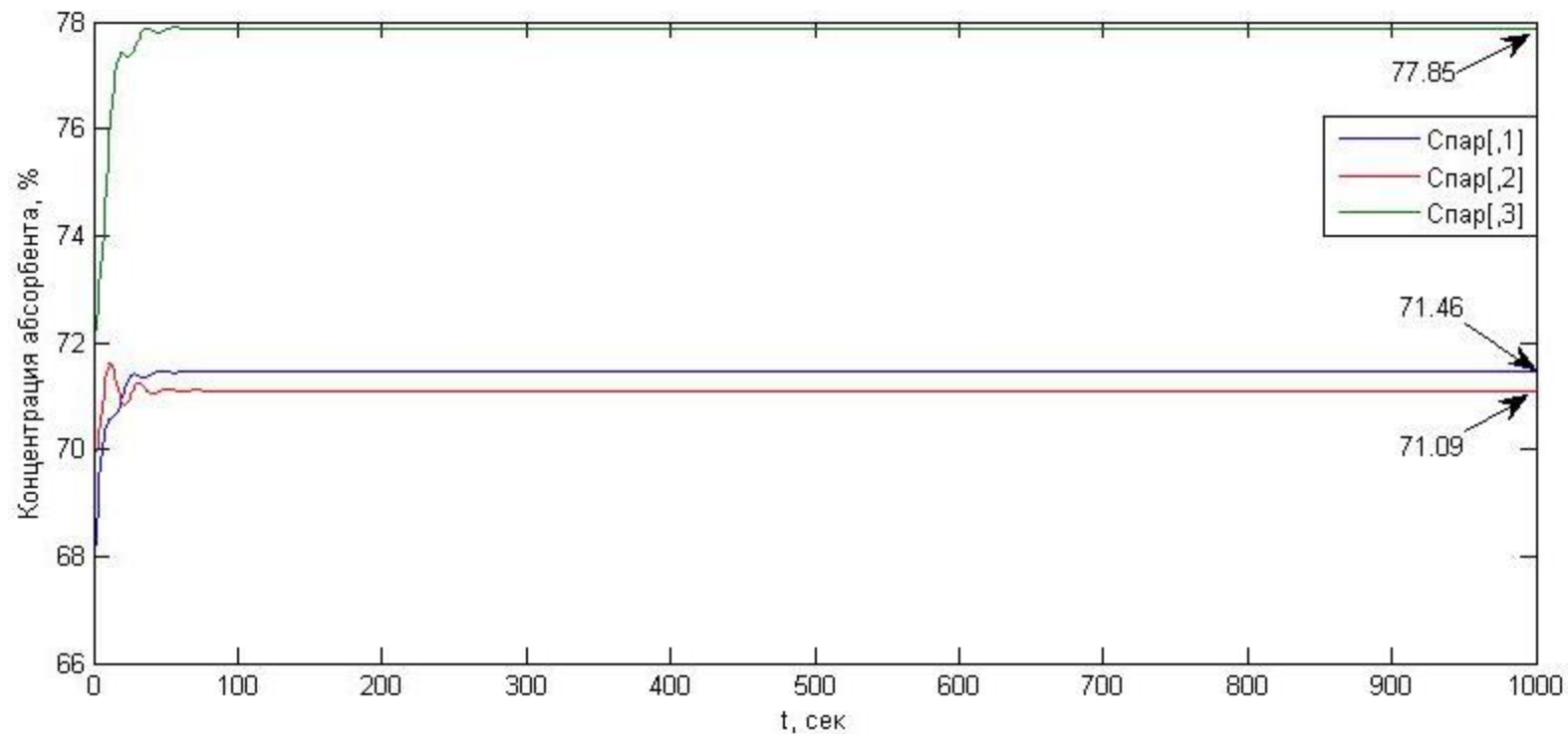
$$\theta_n(z, t)|_{t=0} = \theta_n^{6x}(z), \theta_{жс.}(z, t)|_{t=0} = \theta_{жс.}^{6x}(z);$$

Переходные процессы взаимосвязанного теплообмена



Графики переходных процессов взаимосвязанной системы в различных узлах сетки для температуры пара и жидкости

Графики
переходных
процессов
взаимосвязанной
системы в
различных узлах
сетки для
концентрации
пара и жидкости



Результаты

- Разработана математическая модель для исследования взаимосвязанных теплообменных процессов регенерации абсорбента в ректификационной колонне, отличающаяся нелинейной зависимостью параметров в разностной схеме;
- Разработан программный модуль для моделирования технологических процессов данного класса объектов, обладающий на порядок выше производительностью по сравнению с программным средством Simulink.

Спасибо за внимание!