Параметрическая идентификация процессов нестационарной теплопроводности в условиях ограниченной неопределенности

А. Н. Дилигенская[1], Ю. Э. Плешивцева[2], А. В. Самокиш[3]
Самарский государственный технический университет
[1] adiligenskaya@mail.ru, [2] yulia_pl@mail.ru, [3] gfkh31@gmail.com

Аннотация. **Статья посвящена параметрической идентификации процессов технологической теплофизики на основе решения обратных задач теплопроводности в условиях действия случайных возмущений. Для решения граничной обратной задачи теплопроводности используется основанная на альтернансных свойствах оптимальных траекторий методика параметрической оптимизации физически обоснованных искомых характеристик в равномерной метрике оценивания на компактных множествах полиномиальных функций. С ростом уровня возмущающих факторов алгоритмически точный метод приходится комбинировать с дополнительными алгоритмами, обеспечивающими адекватные результаты в условиях ограниченной неопределенности возмущений. В качестве возможных подходов применены предварительное сглаживание информации, параметрическая оптимизация совокупности допустимых реализаций, удовлетворяющих условиям интервальной неопределенности, и искусственные нейронные сети. Продемонстрированы возможности сочетания точного аналитического метода оптимизации с алгоритмами, действующими в условиях неопределенности информации.**

Ключевые слова: обратная задача теплопроводности; параметрическая оптимизация; минимаксная оптимизация; возмущающие воздействия; неопределенность информации

I. Введение

С современной точки зрения теория идентификации технологических процессов является частью общей теории автоматического управления, отражающей прикладную направленность научных исследований [1]. Для получения эффективных результатов в сфере математического описания технологических процессов задачи идентификации следует решать с привлечением современных результатов теории автоматического управления, что позволит повысить качество управления рассматриваемыми процессами.

В статье отражен современный подход к решению обратных задач технологической теплофизики с использованием методов оптимального управления системами с распределенными параметрами в сочетании с методами искусственного интеллекта.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках проектной части государственного задания № 0778-2020-0005.

Определение условий теплообмена на поверхности подвергаемого нагреву или охлаждению изделия является необходимым этапом при расчете режимов термической обработки заготовок в области технологической теплофизики. При невозможности непосредственного измерения плотностей тепловых потоков на поверхности контакта их значения определяются из решения граничной обратной задачи теплопроводности на основе подверженных возмущениям результатов измерений температуры в ограниченной пространственной области [2–4].

Определенными преимуществами обладает подход, реализующий параметрическую идентификацию неизвестных характеристик на физически обоснованных компактных множествах в результате решения задачи параметрической оптимизации (ЗПО) [5, 6]. При малом уровне возмущающих воздействий ЗПО может быть сформулирована в равномерной метрике оценивания как задача полубесконечной оптимизации. Её решение основывается на альтернансных свойствах оптимальных реализаций и показывает удовлетворительные результаты для широкого круга прикладных теплофизических задач в случае отсутствия возмущений или их невысокого уровня [7–9].

При возрастании интенсивности возмущающих факторов использование аналитических условий оптимальности становится затруднительным, и для получения адекватных результатов приходится совмещать методы оптимального управления объектами с распределенными параметрами с дополнительными алгоритмами, применяемыми в условиях неопределенности. В статье рассмотрены три подхода, реализующие процедуру параметрической минимизации на компактном множестве полиномиальных функций, дополненные алгоритмом предварительного сглаживания [2, 10], оптимизацией совокупности возмущенных траекторий [11] и использованием методов искусственного интеллекта [12, 13].

II. Параметрическая оптимизация температурных состояний

A. Постановка задачи

Формулируется граничная ОЗТ, в которой необходимо восстановить неподлежащую непосредственному измерению плотность приложенного к внешней поверхности тела теплового потока $q(t)$ в процессе нестационарной теплопроводности, описываемом уравнением для тела канонической формы

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2},\ x \in (0,1),\ t \in \left(0, t^*\right]. \qquad (1)$$

$$T(x,0) = 0;\ \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0;\ \frac{\partial T(1,t)}{\partial x} = q(t)\,.$$

Восстановление искомой функции $q(t)$ производится на основе дополнительной информации о температуре, заданной в некоторой пространственной точке на интервале идентификации и, как правило, полученной в результате проведения эксперимента.

B. Минимаксная оптимизация в ОЗТ

Методология минимаксной оптимизации при решении ОЗТ [5–9] предусматривает вариационную постановку обратной задачи, в которой искомая характеристика $q(t)$ выступает в качестве оптимального управления, а оценивание температурной невязки между расчетной величиной, отвечающей искомой функции, и заданной температурной зависимостью реализуется в равномерной метрике

$$I_1(q(t)) = \max_{t \in [0,t^*]} \left| T_M(x^*, t, q(t)) - T^*(t) \right| \to \min_{q(t)\in V}\,. \qquad (2)$$

Решение задачи осуществляется на компактных множествах физически реализуемых функций, заданных исходя из требований их гладкости. В работе в качестве компактного множества физически обоснованных решений используется множество полиномиальных функций. Выбор числа N, определяющего степень многочлена, и задание соответствующего вектора параметров $\Delta^{(N)} \in G_{N+1}$ отвечает процедуре параметризации идентифицируемой характеристики, использование параметрического представления которой $q(\Delta)$ позволяет перейти к параметрической форме результирующего температурного поля

$$T(x,t,\Delta) = \int_0^t G(x,1,t-\tau)\, q(\tau,\Delta)\, d\tau\,, \qquad (3)$$

также однозначно характеризуемого вектором $\Delta^{(N)}$.

На основе полученного параметрического представления $T(x,t,\Delta)$ осуществляется переход от задачи (2) к специальной негладкой задаче математического программирования

$$I_2(\Delta) = \max_{t \in [0,t^*]} \left| T_M(x^*, t, \Delta) - T^*(t) \right| \to \min_{\Delta} \qquad (4)$$

относительно искомого вектора параметров $\Delta = \left(d_0, d_1, ..., d_N\right)$ размерностью [1×(N+1)].

В случае отсутствия возмущений решение задачи минимаксной оптимизации (4) осуществляется с помощью специального метода [14], обеспечивающего задание конфигурации температурной невязки $T_M(x^*, t, \Delta) - T^*(t)$ на основе альтернансных свойств оптимальных решений, что на практике сводится к замкнутой системе соотношений, фиксирующих предельные знакочередующиеся значения температурных отклонений и моменты их достижения.

Присутствие во входной информации ОЗТ погрешностей измерения искажает конфигурацию кривой $T_M(x^*, t, \Delta) - T^*(t)$, что вызывает сложности при поиске точек альтернанса и вынуждает использовать дополнительные алгоритмы обработки информации.

III. Параметрическая оптимизация при возмущенных входных данных

A. Предварительное сглаживание информации

Одним из стандартных подходов к решению обратных задач в условиях действия возмущений является предварительное сглаживание входной информации, реализуемое, например, на основе сглаживающих кубических сплайнов. В этом случае задача оптимального управления реализует минимизацию отклонения точного модельного решения $T_M(x^*, t, \Delta)$ от сглаживающего сплайна $S(t)$. Соответствующая задача математического программирования (4) формулируется в виде

$$I_3(\Delta) = \max_{t \in [0,t^*]} \left| T_M(x^*, t, \Delta) - S^*(t) \right| \to \min_{\Delta}\,. \qquad (5)$$

Результаты идентификации существенно зависят от уровня возмущающего воздействия и алгоритмом построения аппроксимирующего сплайна, обеспечивающего соотношение между его интерполяционными и сглаживающими свойствами. При увеличении уровня возмущения для возможности распознавания точек экстремума температурной невязки сглаживающие свойства алгоритма приходится увеличивать, что может приводить к потере качественных особенностей процессов теплопроводности.

B. Интервальные неопределенности

Для сохранения особенностей исследуемых явлений метод параметрической оптимизации может быть рассмотрен в условиях интервальных неопределенностей возмущений, когда предполагается, что величина возмущающего воздействия $\delta(t)$ может принимать любое значение из некоторого допустимого диапазона $\delta_{\min} \le \delta \le \delta_{\max}$. Данное предположение означает, что зашумленная экспериментальная температурная кривая $T_\delta^*(t)$ также подчинена условиям интервальной неопределенности $T^*_{\min} \le T_\delta^*(t) \le T^*_{\max}$, где предельные величины могут быть определены как $T^*_{\min} = T_\delta^*(t) + \delta_{\min}$, $T^*_{\max} = T_\delta^*(t) + \delta_{\max}$.

Тогда задача формулируется относительно бесконечной совокупности процессов, соответствующих всем допустимым реализациям возмущения. Задача параметрической оптимизации записывается для совокупности всех температурных реализаций, соответствующих всем допустимым значениям возмущающего воздействия $\delta \in \left[\delta_{\min}, \delta_{\max}\right]$:

$$I_4(\Delta) = \max_{\delta} \left| \max_{t\in[0,t^*]} \left| T_M(x^*, t, \Delta) - T_\delta^*(t, \delta) \right| \right| \to \min_{\Delta} . \qquad (6)$$

Решение ОЗТ, в рамках предложенного подхода, реализует поиск оптимального управления для всего множества тепловых процессов и обеспечивает минимально возможную погрешность идентификации для экспериментальной кривой, характеризующейся максимально возможной (по модулю) интенсивностью помехи. Тем самым, такой подход обеспечивает гарантированное качество идентификации в условиях интервальной неопределенности возмущения. Увеличение уровня возмущения приводит к необходимости применять сглаживающие алгоритмы при построении огибающих, что может искажать форму температурных решений.

C. Искуственные нейронные сети

Задача рассматривается в условиях интервальных неопределенностей, сформулированных по отношению к допустимым значениям параметров $d_i^{\inf} \le d_i \le d_i^{\sup}$, $i = 0,1,...N$. Для каждого из параметров формируются одномерные массивы выборочных значений. Совокупность возможных сочетаний выборочных значений параметров d_i, $i = 0,1,...N$ является при построении искусственной нейронной сети (ИНС) целевым вектором, размерностью $[(N+1) \times (K_0 \times K_1 \times \ldots K_N)]$, где K_i – длина выборки значений i-го параметра, и используется для её обучения. На базе решения прямой задачи теплопроводности (3) с применением точной математической модели (1) формируется множество температурных реализаций, соответствующих всем допустимым сочетаниям параметров, которое используется в качестве массива входных данных для ИНС, размером $[(size\_t) \times (K_0 \times K_1 \times \ldots K_N)]$, где $size\_t$ – длина массива дискретных значений времени на интервале идентификации.

Обучение нейронной сети, реализующее расчёт её синаптических весов, производится в результате минимизации отклонения рассчитанных с помощью нейросетевой модели температур на заданном интервале идентификации и входными данными ИНС. В качестве функционала оптимизации для сохранения общности подхода может использоваться минимаксный критерий.

Построенная ИНС, обученная на точных решениях прямой задачи теплопроводности, используется для решения обратной задачи на основе зашумленной экспериментальной температуры в результате минимизации среднеквадратичной ошибки между входными возмущенными данными и модельной температурной реализацией, соответствующей рассчитанному вектору параметров на основе нейронной сети.

$$I_5(\Delta) = \sum_{t\in[0,t^*]} \left(T_M(x^*, t, \Delta) - T^*(t) \right)^2 \to \min_{\Delta} . \qquad (7)$$

Использование среднеквадратичного функционала оптимизации в данном случае оправдано отсутствием процедур статистической обработки возмущенных данных – алгоритмов сглаживания или построения огибающих ансамбля траекторий.

IV. Решение ОЗТ и обсуждение

Апробация предложенных подходов была проведена при решении граничной обратной задачи теплопроводности по восстановлению плотности теплового потока, заданной в тестовом примере в виде $q^0(t) = k\left(1 - e^{-\alpha t}\right)$, на компактном множестве многочленов третьей степени (N=3). Некоторые результаты решения, показывающие погрешность аппроксимации температурного поля в зависимости от величины среднего квадратичного отклонения (СКО) возмущающего воздействия, приведены в таблице и на рисунке.

ТАБЛИЦА I Точность решения задачи

***I*, %**	**СКО, %**			
	1	***3***	***5***	***15***
I_2	1.39	3.36	5.37	15.06
I_3	1.15	2.89	4.92	—
I_6	0.94	1.06	2.01	3.27

Здесь для сохранения общности подхода сравнительная оценка результатов решения ОЗТ с помощью ИНС также проводится в равномерной метрике

$$I_6(\Delta) = \max_{t\in[0,t^*]} \left| T_{ИНС}(x^*, t, \Delta) - T_0^*(t) \right| \to \min_{\Delta} ,$$

где $T_0^*(t)$ – модельные данные, соответствующие экспериментальной температурной кривой без учета возмущения. Для решения поставленной задачи были использованы радиальные базисные сети.

Присутствие в каждом из рассмотренных подходов алгоритмов статистической обработки или методов искусственного интеллекта является необходимыми приемами в условиях неопределенности данных. В методе, основанном на предварительном сглаживании информации (5), и в методе, использующем оптимизацию совокупности температурных реализаций (6), статистическая обработка искажает конфигурацию невязки температуры, что с ростом уровня возмущений приводит к сложностям в распознавании альтернансных свойств. На точность решения задачи (7) с помощью ИНС существенно влияют задаваемые интервалы возможных значений параметров $d_i^{\inf} \le d_i \le d_i^{\sup}$, $i = 0,1,...N$, и при их адекватном задании удовлетворительные решения могут быть найдены на более широком диапазоне действия помехи, чем методы, напрямую использующие форму кривой температурной невязки.

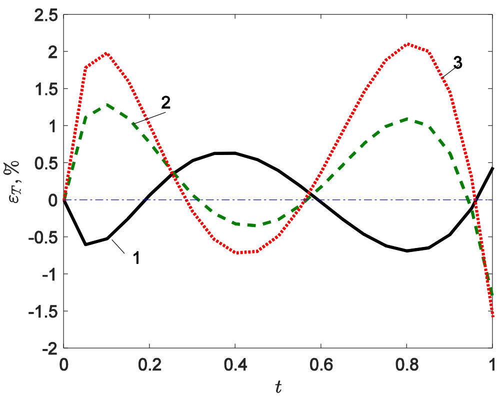

Рис. 1. Конфигурация $T_{ИНС}(x^*,t,\Delta)-T_0^*(t)$ в условиях погрешности измерений: 1-δ=1%, 2-δ=3%, 3-δ=10%.

V. Заключение

Проведенные исследования демонстрируют возможность параметрической идентификации на компактных множествах физически обоснованных решений обратной задачи теплопроводности на основе возмущенных данных за счет сочетания точного аналитического метода минимаксной оптимизации и методов, позволяющих обрабатывать не полностью известную информацию. Во всех рассмотренных подходах постановка задачи обеспечивает регулярность искомого решения, а его точность определяется уровнем возмущающего воздействия и (или) величиной интервала неопределенности характеристики.

Выражение благодарности

Авторы выражают благодарность д.т.н., профессору Рапопорту Эдгару Яковлевичу за идейное руководство, поддержку и постоянное внимание к работе.

Список литературы

[1] Прангишвили И.В., Потоцкий В.А., Гинсберг К.С., Смолянинов В.В. Идентификация систем и задачи управления: на пути к современным системным методологиям // Проблемы управления. 2004. № 4. С. 2–15.

[2] Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988. 280 с.

[3] Тихонов А.Н., Кальнер В.Д., Гласко В.Б. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. М.: Машиностроение, 1990. 264 с.

[4] Бек Д., Блакуэлл Б., Сент-Клэр Ч. мл. Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989. 311 с.

[5] Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э. Специальные методы оптимизации в обратных задачах теплопроводности // Изв. РАН. Энергетика. 2002. № 5. С. 144-155.

[6] Methods of Sequential Parametric Optimization in Inverse Problems of Technological Thermophysics / A.N. Diligenskaya // XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP), Samara, Russia, 3-6 September, 2019 / Samara State Technical University, Institute for the Control of Complex Systems of Russian Academy of Sciences. Samara, 2019. pp. 267-270.

[7] Diligenskaya A.N., Rapoport E.Y. Analytical methods of parametric optimization in inverse heat-conduction problems with internal heat release // J. Eng. Phys. Thermophys. 2014. V. 87, no. 5. Pp. 1126-1134.

[8] Diligenskaya A.N., Rapoport E.Y. Method of minimax optimization in the coefficient inverse heat-conduction problem. // J. Eng. Phys. Thermophys. 2016. V. 89, no. 4. Pp. 1008-1013.

[9] Diligenskaya A.N. Solution of the retrospective inverse heat conduction problem with parametric optimization // High Temperature. 2018. Vol. 56, no 3. Pp. 382-388.

[10] Геращенко О.А., Черинько В.Н. Измерение нестационарных тепловых потоков градиентными тепломерами // Методы экспериментальных исследований. Киев: Наукова Думка, 1980. С. 165–168.

[11] Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. М.: Наука, 2012. 309 с.

[12] Artificial Neural Networks for Inverse Heat Transfer Problems / Cortés-Aburto Obed, Urquiza G., Perez J.A., Cruz Chávez Marco // Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, CERMA 2007–Proceedings. pp. 198 – 201.

[13] Deng S., Hwang Y. Applying neural networks to the solution of forward and inverse heat conduction problems // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2006. Vol. 49. Pp. 4732-4750.

[14] Рапопорт Э.Я. Альтернансный метод в прикладных задачах оптимизации. М.: Наука, 2000. 336 с.