

# Система нелинейного периодического управления приводом подачи режущего инструмента токарных станков при входных ограничениях

Е. Л. Еремин

Амурский государственный университет  
Благовещенск, Амурская обл.  
ereminel@mail.ru

Е. А. Шеленок

Тихоокеанский государственный университет  
Хабаровск, Хабаровский край  
007141@pnu.edu.ru

**Аннотация.** В статье решается задача построения системы управления мехатронным модулем подачи металлорежущих станков с входным насыщением. Решение задачи осуществляется с использованием критерия гиперустойчивости, условий  $L$ -диссипативности и неявной эталонной модели, с помощью которых проводится структурный синтез регулятора системы, содержащего генератор периодических сигналов. На этапе имитационного моделирования иллюстрируется качество функционирования разработанной системы управления.

**Ключевые слова:** комбинированный алгоритм; генератор периодических сигналов; критерий гиперустойчивости;  $L$ -диссипативность; следящая система

## I. ВВЕДЕНИЕ

Одними из актуальных проблем современной теории и практики автоматического управления являются задачи разработки регуляторов для систем управления электроприводом подачи инструмента металлорежущих станков, предназначенных для обработки некруглых деталей [1–4]. При этом одним из наиболее целесообразных методов синтеза подобных систем является так называемый метод периодического управления (repetitive control), отличительной особенностью которого является наличие в основном контуре системы генератора периодических сигналов, способного воспроизводить любые сигналы циклического характера с целью их отслеживания и/или парирования [5–15]. Это обстоятельство обусловлено тем, что в рассматриваемом случае необходимо получить решение, которое с одной стороны, обеспечит высокоточную отработку периодического задающего воздействия, определяющего требуемое перемещение исполнительного органа станка, и, с другой стороны, – компенсацию внешнего силового возмущения, также имеющего циклический характер и действующего на резец со стороны обрабатываемой детали.

В работах [16–18] показано, что разработку периодических систем управления можно осуществлять с использованием критерия гиперустойчивости и концепции  $L$ -диссипативности. В настоящей работе предлагается нелинейный регулятор для периодической системы

управления мехатронным модулем подачи режущего инструмента при наличии входного насыщения.

## II. ИСХОДНОЕ ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ЦЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ

Построение математической модели рассматриваемого объекта управления осуществлялось с использованием кривых переходных процессов электропривода подачи резца токарного станка (рис. 1).

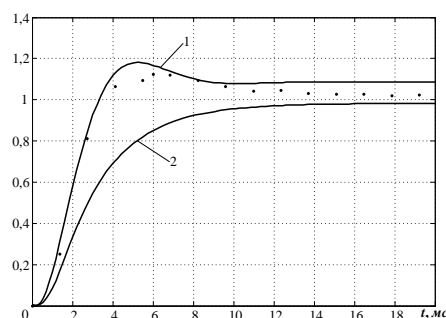


Рис. 1. Разгонная характеристика электропривода

На основании анализа представленной характеристики математическую модель рассматриваемого устройства можно представить в виде следующей передаточной функции

$$W(s) = \frac{K}{s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1}, \quad (1)$$

где  $K$  и  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  – неизвестные коэффициенты, определенные с точностью до диапазонов

$$\begin{aligned} K^- = 18,6 \leq K \leq 19,5 = K^+; & a_1^- = 18,4 \leq a_1 \leq 23,5 = a_1^+; \\ a_2^- = 41,4 \leq a_2 \leq 64 = a_2^+; & a_3^- = 45,7 \leq a_3 \leq 50 = a_3^+; \\ a_4^- = 8,5 \leq a_4 \leq 16,5 = a_4^+, & \end{aligned}$$

где максимальным значениям параметров  $a_i$  и  $K$  соответствует кривая 1, а минимальным значениям – кривая 2 (рис. 1).

Принимая во внимание действие на рассматриваемый объект внешних возмущений, а также необходимость ограничения управляющего сигнала с целью предотвращения нежелательных предельных смещений режущего инструмента представим математическую модель (1) в форме *вход-состояние-выход*:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(S(u(t)) + f(t)), \quad y(t) = \mathbf{L}^T \mathbf{x}(t) = x_1(t), \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{x}(t) \in R^4$  – переменные состояния;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$  – соответственно матрица состояния и вектор управления с априорно неизвестными параметрами;  $u(t) \in R$ ,  $y(t) \in R$  – вход и выход;  $L$  – вектор выхода;  $f(t)$  – внешние постоянно действующие возмущения;  $S(u(t))$  – нелинейная функция насыщения вида

$$S(\tau) = \begin{cases} S_0, & \tau > S_0, \\ \tau, & |\tau| \leq S_0, \\ -S_0, & \tau < -S_0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $S_0 > 0$  – известная константа, соответствующая уровню ограничения. Полученная модель (2) – (4) имеет эквивалентный аналог в форме *вход-выход*:

$$y(t) = W(p)\{S(u(t)) + f(t)\}, \quad (5)$$

где  $p = d/dt$ ;  $y(t)$  – выход;  $W(p)$  – передаточная функция (1).

Объект (5) функционирует при следующих допущениях:

1) внешние силовые возмущения удовлетворяют неравенству:  $|f(t)| \leq f_0$ ,  $f_0 = const > 0$ ,  $\forall t \neq 0$ , где  $f_0$  – неизвестное число;

2) параметры  $f(t)$  априорно неизвестны;

3) для непосредственного измерения доступен только выходной сигнал  $y(t)$ .

Пропустим сигнал  $y(t)$  через *выходной фильтр-корректор (ВФК)* [19]

$$y_F(t) = W_F(p)y(t) = \left( \frac{Tp+1}{T^*p+1} \right)^3 y(t), \quad (6)$$

где  $y_F(t)$  и  $y(t)$  – выход и вход фильтра;  $W_F(p)$  – передаточная функция фильтра;  $T$  и  $T^*$  – постоянные времени фильтра, причем значение  $T^*$  мало. Известно [19], что в этом случае модель последовательного соединения объекта (5) и ВФК (6) можно представить в виде

$$y_F(t) \cong \frac{\tilde{b}(p)}{a(p)} y(t) = \hat{W}(p)\{S(u(t)) + f(t)\}, \quad (7)$$

$$\tilde{b}_i(p) = K(Tp+1)^3,$$

или, в пространстве состояний:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{N}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\{\mathbf{a}^T \mathbf{x}(t) + S(u(t)) + f(t)\}, \quad (8)$$

$$y_F(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \geq t_0 = 0,$$

где  $\mathbf{x}(t) = [x_{1i}(t), x_{2i}(t), x_{3i}(t), x_{4i}(t)]^T$  – вектор переменных состояния;  $\mathbf{N}$  – нильпотентная матрица размера  $(4 \times 4)$ ;  $\mathbf{b} = [0, 0, 0, 1]^T$  – стационарный вектор;  $\mathbf{a}^T = [a_1, a_2, a_3, a_4]$  и  $\mathbf{c}^T = [\tilde{b}_3, \tilde{b}_2, \tilde{b}_1, \tilde{b}_0]$  – векторы с соответствующими коэффициентами.

Сформулируем две цели управления:

1) *Основная цель управления*

Требуется обеспечить высокоточное слежение выходного сигнала объекта (5)  $y(t)$  за сигналом  $r(t)$ , задающим требуемый профиль обработки детали (требуемое движение режущего инструмента):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |r(t) - y(t)| \leq \Delta_r, \quad \Delta_r = const > 0, \quad (9)$$

где  $\Delta_r$  – малая, относительно максимального значения  $r(t)$ , величина (требуемая точность слежения).

2) *Дополнительная цель управления*

Если требуемую динамику  $y_F(t)$  определить, по аналогии с [19], с помощью *задающего фильтр-корректора (ЗФК)*

$$\hat{r}(t) = W_F(p)r(t) = \left( \frac{T_i p + 1}{T_i^* p + 1} \right)^3 r(t), \quad (10)$$

где  $\hat{r}(t)$  – вспомогательный сигнал; то *дополнительную цель управления* можно сформулировать следующим образом: требуется синтезировать явный вид закона управления  $u(t) = u(y_F(t), \hat{r}(t))$ , обеспечивающий выполнение цели

$$|y^*(t) - y_F(t)| \cong |\hat{r}(t) - y_F(t)| \leq \hat{\Delta}_r, \quad \hat{\Delta}_r = const > 0, \quad (11)$$

где  $\hat{\Delta}_r$  – малая величина;  $y^*(t)$  – выход *неявной эталонной модели (НЭМ)*:

$$\frac{d\mathbf{x}^*(t)}{dt} = \mathbf{A}^* \mathbf{x}^*(t) + \mathbf{b} \hat{\chi}_* \hat{r}(t), \quad y^*(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}^*(t), \quad (12)$$

$$\mathbf{x}^*(t_0) = 0, \quad t \geq t_0 = 0, \quad i = 1, 2,$$

где  $\mathbf{x}^*(t) = [x_1^*(t), x_2^*(t), x_3^*(t), x_4^*(t)]^T$ ;  $\mathbf{A}^* = \mathbf{N} + \mathbf{b}\mathbf{a}_*^T = \mathbf{N} + \mathbf{b}(\mathbf{a} - \chi_* \mathbf{c})^T$  – гурвицева матрица размера  $(4 \times 4)$ ;  $\chi_*$ ,  $\hat{\chi}_* = const \gg 0$  – большие числа;  $\mathbf{a}_*^T = (\mathbf{a} - \chi_* \mathbf{c})^T = [a_{*1}, a_{*2}, a_{*3}, a_{*4}] = [a_1 - \chi_* \tilde{b}_3, a_2 - \chi_* \tilde{b}_2, a_3 - \chi_* \tilde{b}_1, a_4 - \chi_* \tilde{b}_0]$  – вектор с заданными коэффициентами.

### III. АЛГОРИТМЫ КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ

Для разработки нелинейного закона управления будем пользоваться критерием гиперустойчивости В.М. Попова. Рассматривая вектор отклонений  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}^*(t) - \mathbf{x}(t)$  запишем эквивалентное математическое описание системы в следующем виде

$$\frac{d\mathbf{e}(t)}{dt} = \mathbf{A}^* \mathbf{e}(t) + \mathbf{b}\mu(t), \quad v(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{e}(t) = \hat{r}(t) - y_F(t), \quad (13)$$

$$\mu(t) = \theta(t) - \chi_* y_F(t) - u(t) - [S(u(t)) - u(t)] - f(t),$$

где  $v(t)$  и  $\mu(t)$  соответственно видоизмененные сигналы выхода и управления;  $\theta(t) = (\hat{\chi}_* \hat{r}(t) - f(t))$  – периодический сигнал. В соответствии с требованиями критерия гиперустойчивости [16–19] для эквивалентной системы (13) необходимо выполнить два условия:

$$\operatorname{Re} \left[ \mathbf{c} \left( j\omega \mathbf{E} - \mathbf{A}^* \right)^{-1} \mathbf{b} \right] > 0, \quad \forall \omega \geq 0, \quad (14)$$

$$\eta(0, t) = - \int_0^t \mu(\zeta) v(\zeta) d\zeta \geq -\eta_0, \quad \eta_0 = const, \quad \forall t > 0, \quad (15)$$

где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размера  $(4 \times 4)$ .

Справедливость частотного условия (14) является очевидной, поскольку передаточная функция линейной части системы (13) совпадает с описанием инерционного звена первого порядка. Для обеспечения выполнения второго условия (15) представим сигнал управления в виде суммы  $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$  и преобразуем описание нелинейной нестационарной части исследуемой системы:

$$\eta(0, t) = \int_0^t (u_1(\zeta) - \theta(\zeta)) v(\zeta) d\zeta + \left( \int_0^t u_2(\zeta) v(\zeta) d\zeta + \int_0^t \chi_* y_F(\zeta) v(\zeta) d\zeta \right) + \int_0^t [S(u(\zeta)) - u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta = \sum_{i=1}^2 \eta_i(0, t) + \int_0^t [S(u(\zeta)) - u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta.$$

Следуя полученным в [16–20] результатам можно показать, что синтез закона управления в виде

$$u(t) = (u_1(t - \bar{T}) + h_0 v(t) \tilde{\delta}(t)) + \left( h_{11} \int_0^t \operatorname{sat}(y_F(\zeta)) v(\zeta) \tilde{\delta}(\zeta) d\zeta + h_{12} \operatorname{sat}(y_F(t)) \right) v(t) \tilde{\delta}(t) \operatorname{sat}(y_F(t)), \quad (16)$$

$$\tau \frac{d\tilde{\delta}(t)}{dt} + \tilde{\delta}(t) = \delta(t), \quad \tilde{\delta}(0) = 0,$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & \forall [S(u(t)) - u(t)] v(t) \geq 0, \\ \delta_0, & \forall [S(u(t)) - u(t)] v(t) < 0, \end{cases}$$

где  $h_0, h_{11}, h_{12} = const > 0$ ,  $\bar{T} = const > 0$  – запаздывание, кратное периодам изменений периодических воздействий;  $\tau$  – постоянная времени динамического переключателя;  $\delta(t)$  – функция переключения;  $0 < \delta_0 < 1$  – масштабирующий коэффициент; будет гарантировать выполнение интегрального неравенства (15) и, как следствие, гиперустойчивость системы управления (1) – (8), (14).

### IV. ПРИМЕР РАБОТЫ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Для иллюстрации качества работы разработанной системы (1) – (8), (16) рассмотрим задачу управления мехатронным модулем подачи токарного станка при следующих исходных данных:

- задающее воздействие, определяющее требуемый профиль обработки изделия определим в виде

$$r(t) = r(t + T) = 1.1 - 0.1e^{-t} - |\cos 0.04\pi t|^3; \quad (17)$$

- периодическое силовое возмущение

$$f(t) = f(t + T) = 0.5 (\sin 0.04\pi t)^2; \quad (18)$$

- числовые параметры объекта управления (1) – (4) зададим с соответствующими заданному классу априорной неопределенности значениями:

$$K = 19, \quad a_1 = 21.5, \quad a_2 = 48, \quad a_3 = 46.9, \quad a_4 = 10.2. \quad (19)$$

Передаточные функции  $3\Phi K$  и  $B\Phi K$  зададим в виде:

$$W_F(s) = \left( \frac{0.17s + 1}{0.01s + 1} \right)^3. \quad (20)$$

В ходе проведения вычислительных экспериментов, результаты одного из которых представлены на рис. 2–4, значения постоянных параметров контура управления (16) с целью увеличения быстродействия системы были подобраны как

$$h_0 = 40; \quad h_{11} = 200; \quad h_{12} = 150; \quad \bar{T} = 25; \quad d_0 = 0.5; \quad \tau = 15. \quad (21)$$

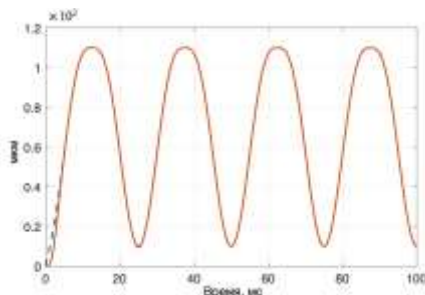


Рис. 2. Требуемые (прерывистые линии) и фактические (сплошные линии) перемещения исполнительного органа в системе управления (1) – (8), (16) – (21)

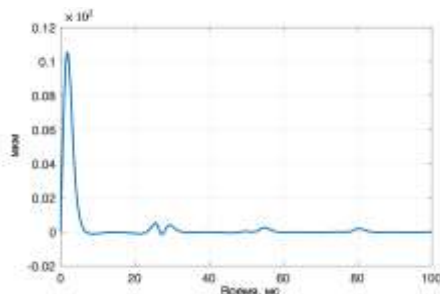


Рис. 3. Ошибка регулирования системы (1) – (8), (14) – (19)

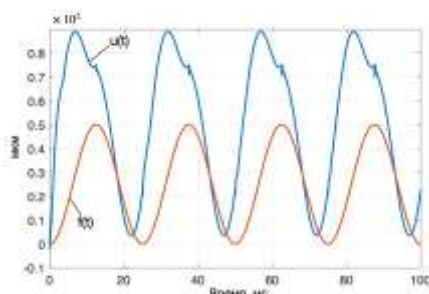


Рис. 4. Управляющее воздействие  $u(t)$  и внешнее возмущение  $f(t)$

Полученные динамические характеристики свидетельствуют о достаточно хорошем качестве работы предложенной системы управления. При выбранных коэффициентах нелинейного периодического регулятора (16), (21), параметрах управляемого объекта (19) и внешних циклических помехах (18) в системе обеспечивается высокоточное слежение за требуемым командным сигналом (7), что означает выполнение цели управления (9).

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании критерия гиперустойчивости В.М. Попова и условий  $L$ -диссипативности для системы управления мехатронным модулем подачи режущего инструмента токарных станков разработан нелинейно-периодический регулятор. Синтезированный контур управления обеспечивает инвариантность системы к изменениям параметров управляемого объекта (при их изменении в пределах класса неопределенности), а также к значительному усилению внешних силовых возмущений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Никольский А.А. Высокоточные многоконтурные самообучающиеся мехатронные системы с пьезокомпенсаторами для станков некруглого точения // *Электричество*. 2012. № 8. С. 52-57.
- [2] Никольский А.А. Точные самообучающиеся электроприводы станков некруглого точения. М.: Адвансед солюшнз, 2016. 220 с.
- [3] Li C.J., Li C.Y. On-Line Roundness Error Compensation via P-Integrator Learning Control // *Journal of Engineering for Industry*. 1992. Vol. 114. pp. 476-480.
- [4] Юркевич В.В. Система прогнозирования точности токарных станков // *Вестник машиностроения*. 2001. № 8. С. 44-48.
- [5] Hara S., Yamamoto Y., Omata T., Nakano M. Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1988. Vol.33, N7. pp. 659-668.
- [6] Yao W.-S., Tsai M.-C., Yamamoto Y. Implementation of repetitive controller for rejection of position-based periodic disturbances // *Control Engineering Practice*. 2013. Vol. 21, Issue 9. pp. 1226-1237.
- [7] Ishii H., Yamamoto Y. Periodic Compensation for Sampled-Data N<sup>o</sup>O Repetitive Control // *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision & Control*, Tampa, Florida USA, December 1998. pp. 331-336.
- [8] Jiang Y.A., Clements D.J., Hesketh T. Adaptive Repetitive Control of Nonlinear Systems // *Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control*. 1995. P. 1708 – 1713.
- [9] Ramos G.A., Ruget R.L., Costa-Castelló R. Robust Repetitive Control of Power Inverters for Standalone Operation in DG Systems // *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2020. Vol. 35, No 1. pp. 237-247.
- [10] Nikolova N.G. Examination of a repetitive process control system // *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*. 2019. 618. 012013.
- [11] Toujeni N., Chaouki M., Gasmi M. Repetitive Control based on Integral Sliding Mode Control of Matched Uncertain Systems // *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 2020. Vol. 9, No. 12. pp. 446-455.
- [12] Alsubaie M., Alhajri M., Altowaim T. Repetitive Control Uncertainty Conditions in State Feedback Solution // *Intelligent Control and Automation*. 2018. No. 9. pp.95-106.
- [13] Yu P., Wu M., She J., Lei Q. Robust Repetitive Control and Disturbance Rejection Based on Two-Dimensional Model and Equivalent-Input-Disturbance Approach // *Asian Journal of Control*. 2016. Vol. 18, No. 6, pp. 1–11.
- [14] Ma G., Liu X., Pagilla P.R., Ge S.S. Asynchronous repetitive control of switched systems via periodic event-based dynamic output feedback // *IMA Journal of Mathematical Control and Information*. 2020. Vol. 37, Issue 2. pp. 644–673.
- [15] Ghosh J., Paden B. Nonlinear repetitive control // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2000. Vol. 45, No. 5. pp. 949-954.
- [16] Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Нелинейно-периодическая система для неаффинного по управлению стационарного объекта // *Информатика и системы управления*. 2018. № 1(55). С. 130-141.
- [17] Eremin E.L., Shelenok E.A. Nonlinear-periodic control system for non-affine multi-connected plant with state delay // *Cybernetics and Physics*. 2018. Vol. 7. No. 4, pp. 195-203.
- [18] Eremin E.L., Shelenok E.A. Nonlinear-Periodic Control System for Non-Affine Stationary Plant with Statement Delay // *2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon)*. 2018. pp. 1-7.
- [19] Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А. Комбинированный регулятор системы с невязным эталоном для управления по выходу структурно неопределенным неаффинным объектом с неизвестным запаздыванием по состоянию // *Информатика и системы управления*. 2020. № 4(66). С. 118-128.
- [20] Khalil H.K. *Nonlinear Systems*. New Jersey: Prentice Hall. 2002.