

Математическая модель и система управления линейным двигателем постоянного тока

И. Ю. Спицын¹, А. М. Сеница², В. В. Гульванский³,
Д. А. Перевертайло, А. В. Волков

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

¹ivan.spitsin1999@gmail.com, ²amsinitca@etu.ru, ³vvgulvanskii@etu.ru

Аннотация. В докладе рассматриваются прикладные аспекты применения междисциплинарных знаний в контексте разработки и анализа модели объекта управления линейным двигателем постоянного тока, а также синтез системы управления с использованием метода пространства состояний, частотного метода и автоматизированного метода настройки ПИД-регулятора. Полученные результаты предназначены для применения в курсе лабораторных работ по дисциплине «Теория автоматического управления».

Ключевые слова: моделирование, ПИД-регулятор, частотные методы регулирования, линейный привод

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в различных областях промышленности получили широкое распространение различные приводы и актуаторы, основанные на двигателях постоянного тока, что, в силу тенденции к тотальной автоматизации, означает частое использование моделей двигателя постоянного тока в расширенных моделях систем управления. Математическое моделирование объекта является одним из важнейших этапов синтеза системы управления, а понимание физики процессов исследователем необходимо для качественного синтеза регуляторов. Однако, большинство моделей, имеющих в открытом доступе, предназначены для работы в установившихся режимах и неудобны для синтеза систем управления. Так, например, в модели [1] подробно описывается физика процессов, однако, модель непригодна для синтеза систем с динамической нагрузкой.

Целью работы является разработка математической модели и системы управления для используемого в составе разрабатываемого лабораторного стенда, представленного в работе [2], линейного привода с двигателем постоянного тока с независимым возбуждением.

II. МОДЕЛЬ

В качестве модельного объекта рассматривается рулевое автоматическое устройство 107ABP. PAУ-107ABP (рис. 1) – электромеханическое устройство, создающее возвратно-поступательные движения с некоторым усилием. В рассматриваемом устройстве используется двигатель постоянного тока с независимым возбуждением типа Д-25Г. Кроме двигателя, в состав входит червячный редуктор, предназначенный для преобразования вращательного движения в

поступательное, концевые выключатели, датчик положения штока (реостат) и другие компоненты.



Рис. 1. PAУ-107 АВР

В работе для создания математической модели двигателя постоянного тока с независимым возбуждением приняты следующие допущения:

- Система абсолютно жесткая.
- Масса вращающихся частей постоянна.
- Зависимость угловой скорости вращения вала двигателя от напряжения якоря $U_{\text{я}}$ линейная.
- Магнитный поток двигателя неизменен ($\Phi = \text{const}$).
- Температура обмоток не изменяется.

A. Математическая модель системы

Основные происходящие в двигателе процессы описываются законами электротехники и механики.

Ток в якорной цепи электродвигателя описывается уравнением электрического равновесия по второму закону Кирхгофа:

$$U_{\text{я}} = I_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{dI_{\text{я}}}{dt} + E_{\text{д}}$$

Уравнение ЭДС обмотки якоря в соответствии с уравнением Максвелла:

$$E_{\text{д}} = K \Phi_{\text{н}} \omega$$

Уравнение электромагнитного момента двигателя из уравнения Фарадея:

$$M = K \Phi_{\text{н}} I_{\text{я}}$$

Баланс моментов сил двигателя описывается с помощью следующего выражения:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M - M_{\text{с}}$$

На основе описанных выше физических законов, описывающих отдельные процессы в двигателе, получается система дифференциальных уравнений, описывающая все процессы, происходящие в двигателе:

$$\begin{cases} \frac{dI_{я}}{dt} = \frac{U}{L_{я}} - \frac{RI_{я}}{L_{я}} - \frac{\omega K\Phi_{н}}{L_{я}} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{K\Phi_{н}I_{я}}{J} - \frac{M_c}{J} \end{cases}$$

Для создания компьютерной модели всей системы математическая модель дополняется несколькими формулами:

Уравнение преобразования скорости вала двигателя в скорость штока:

$$v_{шт} = k_1 \omega_{дв}$$

Для имитации динамической нагрузки предположим, что к концу штока прикреплена пружина. Второй конец которой прикреплен к неподвижной поверхности. Таким образом, формула момента сопротивления (нагрузки) принимает вид:

$$M_c = k_y \frac{1}{k_2}$$

Таким образом, сделав подстановку, система дифференциальных уравнений примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dI_{я}}{dt} = \frac{U}{L_{я}} - \frac{RI_{я}}{L_{я}} - \frac{v_{шт} K\Phi_{н}}{k_1 L_{я}} \\ \frac{dv_{шт}}{dt} = \frac{K\Phi_{н}I_{я}}{J} - \frac{k_y \int v_{шт} dt}{k_2 J} \end{cases}$$

Продифференцируем второе уравнение и перейдем в операторную форму ($d/dt = s$), получив следующую систему:

$$\begin{cases} sI_{я} = \frac{U}{L_{я}} - \frac{RI_{я}}{L_{я}} - \frac{v_{шт} K\Phi_{н}}{k_1 L_{я}} \\ s^2 v_{шт} = \frac{K\Phi_{н} s I_{я}}{J} - \frac{k_y v_{шт}}{k_2 J} \end{cases}$$

Далее преобразуем систему в следующий вид:

$$\frac{s^2 v_{шт}}{k_1} + \frac{k_y v_{шт}}{k_2 J} = \frac{K\Phi_{н} s}{J} \left(\frac{U k_1 - v_{шт} K\Phi_{н}}{k_1 L_{я} \left(s + \frac{R}{L_{я}} \right)} \right)$$

Для упрощения восприятия введем константы:

$$\alpha = \frac{k_y}{k_2 J} \quad \beta = \frac{K^2 \Phi_{н}^2}{k_1 L_{я} J} \\ \gamma = \frac{K\Phi_{н}}{L_{я} J} \quad \delta = \frac{R}{L_{я}}$$

При подстановке констант получим следующее выражение:

$$v_{шт} \left(\frac{s^2}{k_1} + \alpha + \frac{\beta s}{(s+\delta)} \right) = U \frac{\gamma s}{(s+\delta)}$$

Из которого получается передаточная функция системы:

$$W(s) = \frac{v_{шт}}{U} = \frac{k_1 \gamma s}{s^3 + \delta s^2 + \alpha k_1 + \delta \alpha k_1 + k_1 \beta s}$$

В. Идентификация параметров

Для использования полученной передаточной функции для синтеза системы управления необходимо определить коэффициенты. Часть коэффициентов известна на основании документации на двигатель. Другие, такие как конструктивный коэффициент, магнитный поток и коэффициент передачи скорости, необходимо оценить.

Конструктивный коэффициент двигателя рассчитывается по формуле:

$$K = \frac{pN}{2\pi a}$$

где: $p = 1$ — число пар полюсов двигателя; $N = 648$ — число активных проводников якоря; $a = 2$ — число пар параллельных ветвей обмотки якоря;

Магнитный поток, создаваемый обмоткой возбуждения, прямо пропорционален силе тока в обмотке:

$$\Phi_{н} = I_{В} * L_{В}$$

где: $I_{В} = 0.3A$ - ток обмотки возбуждения; $L_{В} = 0.0174$ Гн — индуктивность обмотки возбуждения.

Коэффициент передачи скорости вычислен из окружного перемещения шестерён. Передача момента сил оценена на основании радиусов шестерён.

В таблице 1 представлены основные технические параметры, полученные при идентификации. Подставляя оцененные параметры в выражения введенных констант, получим:

$$k_1 = 0.0011 \quad k_2 = 467.36 \\ \alpha = 23341.94 \quad \beta = 138157728 \\ \gamma = 563563.636 \quad \delta = 7758.62$$

ТАБЛИЦА 1 ПАРАМЕТРЫ ДВИГАТЕЛЯ

Параметр	Значение
Данные, полученные из технической документации	
Напряжение питания	27 В VDC
Номинальная мощность	25 Вт
Частота вращения	6000 об/мин
Средняя скорость перемещения штока	55-120 мм/сек
Номинальный вращающий момент	4 Н×см
Данные, полученные экспериментальным путем.	
Момент инерции	0.0000275 кг*м ²
Конструктивный коэффициент	51.66
Сопротивление обмотки якоря	135 Ом
Магнитный поток	0.00522 Вб
Индуктивность обмотки якоря	0.0174 Гн

При подстановке в передаточную функцию:

$$W(s) = \frac{V_{шт}}{U} = \frac{619.92s}{s^3 + 7758.62s^2 + 151999.177s + 199211.367}$$

Однако, передаточная функция справедлива для случая, если синтезируется система управления скоростью движения штока, что, как правило, не является целью управления в подобных системах. Тогда перейдем к управлению расстоянием, на которое выдвигается шток, добавив интегратор в систему:

$$W(s) = \frac{1}{U} = \frac{619.92}{s^3 + 7758.62s^2 + 151999.177s + 199211.367}$$

С. Анализ системы

Геометрическим условием устойчивости положения равновесия является принадлежность корней характеристического полинома линеаризованной системы левой полуплоскости.

С помощью программного пакета MatLab вычислим нули и полюсы ПФ, получим факторизованную форму передаточной функции.

$$W(s) = \frac{619.92}{(s+7739)(s+18.22)(s+1.412)}$$

Полюсы ПФ являются корнями характеристического полинома, т. е. собственными значениями матрицы А, все они отрицательные.

Проанализируем устойчивость системы по критерию Гурвица. Условие устойчивости будет:

$$a_2 a_1 - a_3 a_0 > 0$$

т. е. произведение коэффициентов средних членов должно быть больше произведения крайних членов:

$$7758.62 * 151999.177 - 199211.367 = 1179104643.28874 > 0$$

Таким образом, система устойчива по критерию Гурвица.

III. СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ

Целью управления является регулирование положения штока в соответствии с заданием. Требованием к системе управления является время переходного процесса не более 0.3 секунды.

Для синтеза следящей системы управления принята стратегия управления с обратной связью. Компьютерная модель с регулятором и обратной связью представлены на рис. 2.

В рамках исследования рассмотрим три популярных метода синтеза систем управления: метод пространства состояний, частотный метод и автоматизированный синтез ПИД-регулятора.

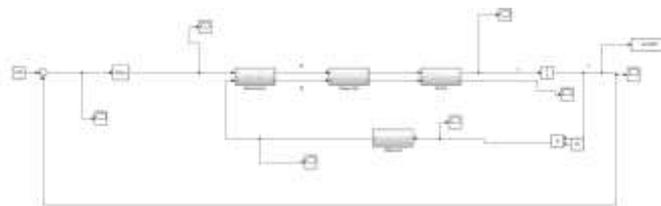


Рис. 2. Компьютерная модель системы с регулятором

А. Синтез регулятора методом пространства состояний

Одним из популярных методов синтеза регуляторов является использование пространства состояний, так в работах [3–5] этот метод применяется для решения задач в различных областях.

Задача синтеза с использованием метода пространства состояний сводится к определению матрицы динамического регулятора, являющегося соединением регулятора состояния К и наблюдателя состояния L. Регулятор и наблюдатель синтезируются из условия желаемого расположения собственных значений матрицы системы.

Для обеспечения большего быстродействия назначим собственные значения наблюдателя несколько дальше от мнимой оси в левой полуплоскости.

$$p = [-1.4 \ -18.2 \ -7739]'$$

$$p_0 = 2 * p$$

Найдем матрицы регулятора состояний и наблюдателя с использованием команды place пакета MatLab и объединим их с помощью команд reg и ss2tf, синтезируя динамический регулятор:

$$W_{reg1} = \frac{1.2e07 s^2 + 2.5e08 s + 3.2e08}{s^3 + 1.6e04 s^2 + 6.1e05 s + 5.7e05}$$

Также для устранения статической ошибки по ЛАЧХ системы необходимо поднять на 35Дб, для этого будет введено усиление в 56 раз.

В. Синтез регулятора частотным методом

Частотный метод позволяет синтезировать линейные системы с одним входом и одним выходом (типа SISO). Например, в работах [6–7] этот метод рассматривается в рамках задачи синтеза системы регулирования маятника на каретке.

Важнейшей особенностью синтеза в частотной области является учет динамики объекта при выборе желаемого поведения.

На рис. 3 приведена ЛАЧХ разомкнутой системы. Усиление объекта по рассматриваемому каналу мало на всех частотах. В контур необходимо ввести усилитель, чтобы на частотах перемещаемых полюсов усиление превышало 20 дБ.

Для анализа устойчивости системы воспользуемся логарифмическим критерием. В частном случае для устойчивой системы по логарифмическому критерию

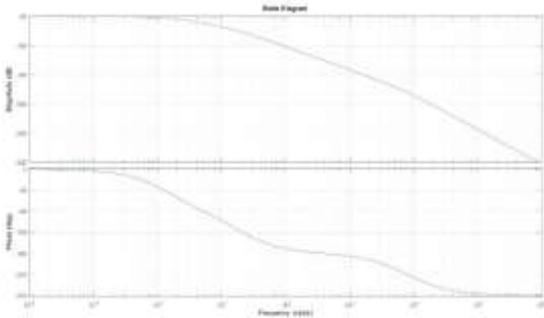


Рис. 3. ЛАЧХ разомкнутой системы

необходимо и достаточно выполнение условия: В диапазоне частот, где ЛАЧХ больше 0, ЛФЧХ не должна пересекать прямой $\pm\pi$. Для достижения этой цели введём в систему звено последовательной коррекции с ПФ:

$$W_{\text{reg2}} = \frac{s + 1.43}{s + 333}$$

А также введем усиление в 5000000, для поднятия ЛАЧХ на 133Дб.

С. ПИД-регулятор

На текущий момент ПИД-регулятор можно назвать самым популярным методом регулирования, применяемым в промышленности, так метод используется для управления автономными роботами [8], для регулирования температуры пара [9] и других областях.

Приложение PID-Tuner автоматически настраивает усиление ПИД-регулятора для объекта SISO, чтобы достигнуть баланса между эффективностью и робастностью. Можно задать тип контроллера, такой как PI, ПИД с производным фильтром или с двумя степенями свободы (2-DOF). Графики для анализа позволяют исследовать эффективность контроллера во временном и частотном диапазонах. Можно в интерактивном режиме совершенствовать эффективность контроллера, чтобы настроить пропускную способность цикла и запас по фазе, или способствовать отслеживанию заданного значения или подавлению помех.

Д. Сравнение регуляторов

Наибольшее быстроедействие обеспечивает регулятор, созданный частотным методом, но при этом у него присутствует колебательность процессов. У регулятора, созданного при помощи PID-tuner, амплитуда перерегулирования наибольшая среди всех методов. У регулятора, созданного методом пространства состояний, меньше всего колебательности и времени регулирования.

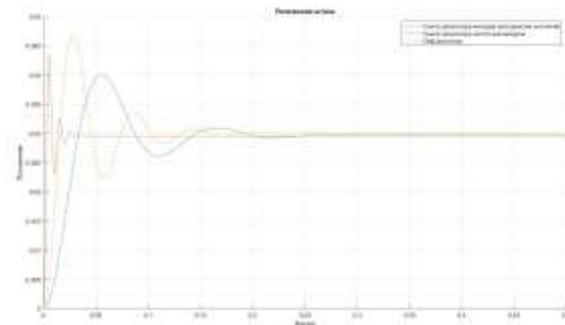


Рис. 4. Сравнение регуляторов

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках работы разработана математическая модель объекта, исследованы основные методы синтеза систем регулирования.

В дальнейшем на основе полученных результатов возможно создание полноценного лабораторного стенда для обучения базовым методам регулирования и изучения математических основ моделирования двигателей постоянного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дементьев Ю.Н., Чернышев А.Ю., Чернышев И.А. Д-30 Электрический привод: учеб. пособие. Томск: Изд-во ТПУ, 2010. 232 с.
- [2] Бобров И.И. Разработка стенда управления позицией PAV-107a с помощью оборудования Mitsubishi Electric / И.И. Бобров, Ю.Н. Сердитов, В.В. Гульванский // Наука настоящего и будущего. 2017. Т. 1. С. 153-155.
- [3] Ignatenko V., Yudinsev A., Lyapunov D. "Application of State-Space Method for Control System Analysis," // 2019 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), 2019, pp. 1-5, doi: 10.1109/SIBCON.2019.8729658.
- [4] Fujikawa K., Yang Z. Q., Kobayashi H. and Koga T. "Robust and fast speed control for torsional system based on state-space method," // Proceedings IECON '91: 1991 International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1991, pp. 687-692 vol.1, doi: 10.1109/IECON.1991.239204.
- [5] R. Zhang, A. Xue and F. Gao, "Temperature Control of Industrial Coke Furnace Using Novel State Space Model Predictive Control," // IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 10, no. 4, pp. 2084-2092, Nov. 2014, doi: 10.1109/ТИ.2014.2350452.
- [6] Миннебаев Р.М. Стабилизация обратного маятника в положении неустойчивого равновесия / Р.М. Миннебаев, А.М. Сеница // Молодежная школа-семинар по проблемам управления в технических системах имени А.А. Вавилова. 2016. Т. 1. С. 57-62.
- [7] Викторов К.Д. Дестабилизация устойчивого положения равновесия маятника на каретке / К.Д. Викторов, А.М. Сеница // Молодежная школа-семинар по проблемам управления в технических системах имени А.А. Вавилова. 2016. Т. 1. С. 51-56.
- [8] Putov A.V., Platovskaya E.V., Kopichev M.M. "Self-balancing Robot Autonomous Control System," // 10th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), 2021, pp. 1-4, doi: 10.1109/MECO52532.2021.9459720.
- [9] Tajjudin M., Rahiman M.H.F., Ishak N., Adnan R. and Ismail H. "Comparison between optimally-tuned PID with self-tuning PID for steam temperature regulation," // 4th International Conference on Intelligent and Advanced Systems (ICIAS2012), 2012, pp. 551-556, doi: 10.1109/ICIAS.2012.6306076.