Управление переключением динамических режимов хаотической цепи с мемристивным элементом

В. Ю. Островский
Кафедра САПР
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
vyostrovskii@etu.ru

А. В. Зубарев
Кафедра ТОЭ
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
avzubarev@etu.ru

В. Г. Рыбин[1], Т. И. Каримов[2]
Молодежный НИИ
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
[1]vgrybin@etu.ru, [2]tikarimov@etu.ru

***Аннотация*. В данной работе мы рассматриваем сложные динамические явления в модифицированной цепи Чуа с мемристивным элементом, проводим ряд экспериментов по управлению ее динамическими режимами. Модель цепи представлена нелинейной динамической системой пятого порядка. Динамические свойства системы исследуются в фазовом пространстве с помощью диаграмм, отображающих бифуркации и области периодических и хаотических режимов. В статье представлен новый подход к управлению мультистабильностью, основанный на варьировании коэффициента симметрии полуявной конечно-разностной схемы. Результаты численного анализа подтверждают пригодность данного подхода как для полного подавления мультистабильности за счет перехода к фиксированной точке или единственному хаотическому режиму, так и для точной подстройки с выходом на аттрактор нужной периодичности.**

Ключевые слова: управление хаосом; мемристор; нелинейная динамическая система; многопараметрический анализ; численное интегрирование

I. Введение

Явление мультистабильности в диссипативных системах представляет собой сосуществования нескольких аттракторов для заданного набора параметров. С одной стороны, при проектировании технических систем мультистабильность может быть нежелательной ввиду высокой чувствительности таких систем к шуму. В данном случае применяются стратегии управления мультистабильным поведением направленные на подавление лишних аттракторов. В основном к таким стратегиям относятся методы управления без обратной связи [1]. С другой стороны, каждый из аттракторов характеризует уникальный режим работы системы, контролируемое переключение между аттракторами без значительных изменений параметров может обеспечить большую гибкость спроектированных систем. Для осуществления данной функциональности применяются методы с обратной связью [2]. Известные методы управления мультистабильностью обоих упомянутых классов [3] основываются на введении случайных или периодических возмущений к управляющему параметру или переменной состояния системы.

В настоящем исследовании демонстрируется метод управления переключением динамических режимов с принципиально отличным механизмом воздействия на систему. Мы рассматриваем управление параметром симметрии конечно-разностной модели изначально непрерывной динамической системы. Ранее данный подход был успешно применен к решению задачи синхронизации хаотических осцилляторов [4] и созданию системы обмена сообщениями с хаотическим шифрованием [5].

В качестве тестовой системы используется модифицированная цепь Чуа [6] с $Sr_{0.95}Ba_{0.05}TiO_3$ (SBT) мемристором [7]. В работе [8] на примере данной динамической системы мы представили инструменты визуализации областей мультистабильности в пространстве параметров.

II. Модифицированная цепь Чуа на основе SBT мемристора

Модифицированная цепь Чуа [6] состоит из восьми элементов (рис. 1): нелинейного SBT мемристора с проводимостью W, отрицательной проводимости G, двух линейных резисторов R и r, двух линейных индукторов L_1 и L_2, и двух линейных конденсаторов C_1 and C_2.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (РФФИ), исследовательский проект № 19-07-00496.

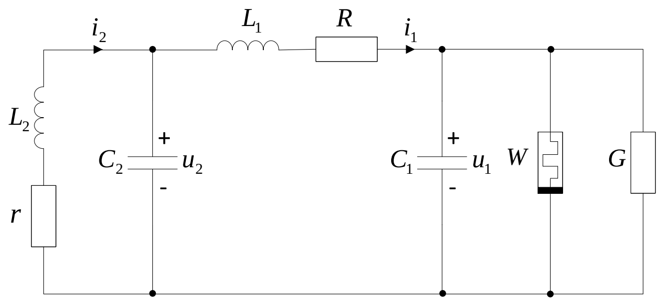

Рис. 1. Модифицированная цепь Чуа на основе SBT мемристора [8]

Математическая модель идеального мемристора с управлением по потоку представляется уравнениями:

$$
\begin{aligned}
&i = W(\varphi)u \\
&\frac{d\varphi}{dt} = u.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Согласно [7] функция мемдуктивности SBT мемристора принимает вид:

$$W(\varphi) = A + B|\varphi| \qquad (2)$$

где параметры A = 0,0676 и B = 0,3682 определены методом квадратичной полиномиальной интерполяции по экспериментально измеренным данным физического устройства.

A. Уравнения цепи

Применяя законы Кирхгофа, можно получить уравнения динамики цепи:

$$
\begin{aligned}
&\frac{du_1}{dt} = \frac{1}{C_1}\left(i_1 - (G + A + B|\varphi|)u_1\right) \\
&\frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C_2}\left(-i_1 + i_2\right) \\
&\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1}\left(u_2 - u_1 - Ri_1\right) \\
&\frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L_2}\left(u_2 - ri_2\right) \\
&\frac{d\varphi}{dt} = u_1
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

где u_1 – напряжение на конденсаторе C_1, u_2 – напряжение на конденсаторе C_2, i_1 – ток через индуктор L_1, i_2 – ток через индуктор L_2, и φ – магнитный поток между контактами мемристора W.

B. Уравнения системы

Применяя замены $x = u_1$, $y = u_2$, $z = i_1$, $w = i_2$, $v = \varphi$, $\alpha = 1/C_1$, $\beta = 1/L_1$, $\gamma = 1/L_2$, $\delta = r/L_2$, установив $1/C_2 = 1$ и $R = 1$, ур. (3) можно переформулировать в уравнения динамической системы:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dx}{dt} = \alpha\left(z - (G + A + B|v|)x\right) \\
&\frac{dy}{dt} = -z + w \\
&\frac{dz}{dt} = \beta\left(y - x - z\right) \\
&\frac{dw}{dt} = -\gamma y - \delta w \\
&\frac{dv}{dt} = x.
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

Подходящие параметры для хаотического поведения системы (4): $\alpha = 8$, $\beta = 35$, $\gamma = 15$, $\delta = 0.01$, $G = -1.6676$, $A = 0.0676$, и $B = 0.3682$. Во всех последующих экспериментах эти значения используются по умолчанию.

III. Управление мультистабильностью с варьированием коэффициента симметрии

Серия вычислительных экспериментов проведена в среде LabVIEW 2020 с вещественным типом данных double. Эталонный метод численного интегрирования – метод Рунге–Кутты 4 (RK4).

При выбранных параметрах динамическая система (4) демонстрирует сосуществование устойчивых точек P, периодических предельных циклов C, одно- и двухвитковых хаотических аттракторов A с высокой чувствительностью к начальным условиям [6]. На рис. 2 (а) представлена диаграмма периодичности аттракторов относительно переменных состояния z и w, построенная кластеризацией по их пиковым значениям и межпиковым интервалам [9].

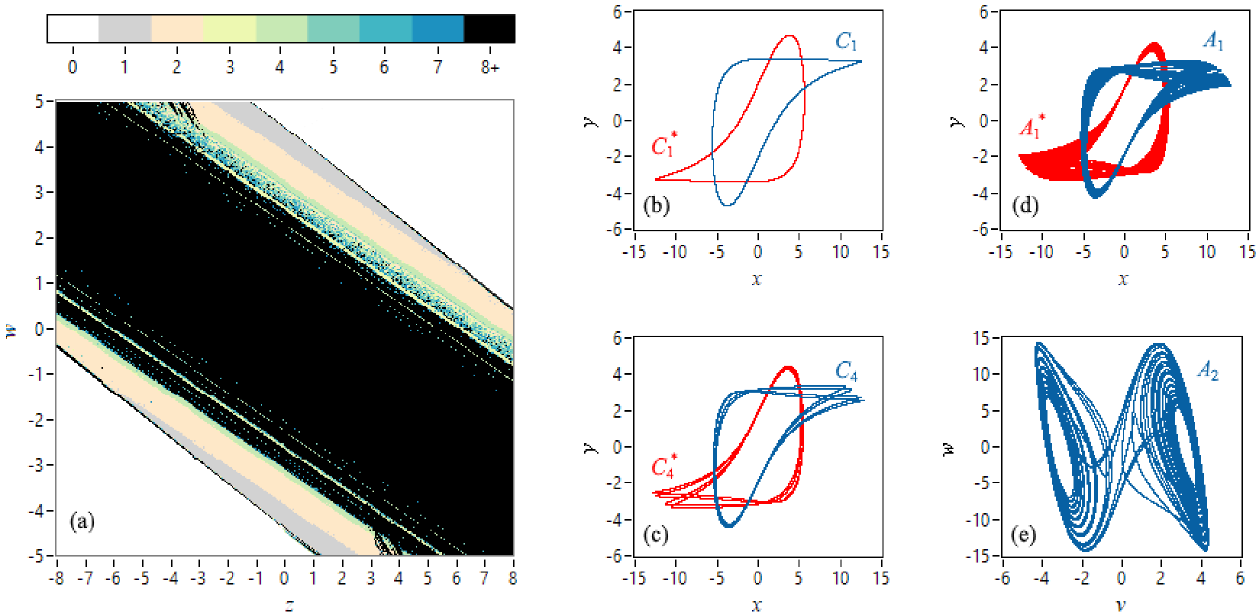

Рис. 2. Диаграммы, полученные методом RK4 с фиксированным размером шага $h = 0.001$ при времени моделирования $t = 200$ и отсечкой переходных процессов $t_0 = 200$. (a) Диаграмма периодичности из начальных условий $(0.001, 0, z, w, 0)$. Фазовые диаграммы из начальных условий: (b) $(0.001, 0, 0, \pm 4, 0)$; (c) $(0.001, 0, \pm 7.3, 0, 0)$; (d) $(0.001, 0, 0, \pm 2.5, 0)$; (e) $(0.001, 0, 0, 0, 0)$

Можно видеть, что структура бассейнов притяжения симметрична относительно диагонали, наблюдается постепенная смена периодичности от 0 (фиксированные точки) до режимов периодичности 8+. На рис. 2 (b)–(e) приведены фазовые портреты в порядке приближения к диагонали: предельные циклы периода-1 C_1 и C_1^*, предельные циклы периода-4 C_4 и C_4^*, одновитковые хаотические аттракторы A_1 и A_1^*, которые сливаются в двухвитковый хаотический аттрактор A_2 (для наглядности разделения витков приведен на плоскости $v - w$).

A. *Полуявная конечно-разностная схема*

Полуявная конечно-разностная схема с управляемой симметрией (Variable Symmetry Composition D-method, VSCD [4, 5]) для системы (4) представляется в виде двух сопряженных частей:

$$
\begin{aligned}
x_{n+s} &= x_n + hs\left[\alpha\left(z_n - (G + A + B|v_n|)x_n\right)\right]\\
y_{n+s} &= y_n + hs\left[-z_n + w_n\right]\\
z_{n+s} &= z_n + hs\left[\beta\left(y_{n+s} - x_{n+s} - z_n\right)\right]\\
w_{n+s} &= w_n + hs\left[-\gamma y_{n+s} - \delta w_n\right]\\
v_{n+s} &= v_n + hs\left[x_{n+s}\right]
\end{aligned}
\tag{5}
$$

и

$$
\begin{aligned}
v_{n+1} &= v_{n+s} + h[s-1]\left[x_{n+s}\right]\\
w_{n+1} &= w_{n+s} + h[s-1]\left[-\gamma y_{n+s} - \delta w_{n+1}\right]\\
z_{n+1} &= z_{n+s} + h[s-1]\left[\beta\left(y_{n+s} - x_{n+s} - z_{n+1}\right)\right]\\
y_{n+1} &= y_{n+s} + h[s-1]\left[-z_{n+1} + w_{n+1}\right]\\
x_{n+1} &= x_{n+s} + h[s-1]\left[\alpha\left(z_{n+1} - (G + A + B|v_{n+1}|)x_{n+1}\right)\right],
\end{aligned}
\tag{6}
$$

где $s \in (0, 1)$ – коэффициент симметрии схемы.

Не трудно видеть, что при $s = 1$ схема вырождается в метод Эйлера–Кромера (5). Необходимо также обратить внимание на наличие диагональных неявностей в уравнениях (6), однако в данном случае они могут быть легко разрешены аналитически.

B. *Подавление мультистабильности*

Предлагаемый подход к управлению мультистабильностью заключается в изменении устойчивости моделирующей конечно-разностной схемы за счет варьирования коэффициента симметрии. Как видно из бифуркационных диаграмм по параметру s (рис. 3 (a), (b)), значение $s = 0.5$ сохраняет эталонное решение при заданных начальных условиях. Уменьшение коэффициента симметрии ведет к чрезмерной устойчивости схемы, что в конечном итоге переводит динамический режим системы к фиксированной точке P. Увеличение s ведет к недостаточной устойчивости схемы и, как следствие, стягиванию траектории к двухвитковому хаотическому аттрактору. Данные предельные случаи можно истолковать как полное подавление мультистабильности, достаточно лишь при управлении зафиксировать s на малом или большом значении в зависимости от технических требований к поведению дискретной системы (стабильному с фиксированной точкой P или локально нестабильному с хаотическим аттрактором A_2).

C. *Переключение динамических режимов*

Из рис. 3 (a), (b) можно видеть, что скорость переключения динамических режимов зависит от величины коэффициента симметрии s. Таким образом, можно предположить, что путем малых отклонений s от значения $s = 0.5$ можно добиться плавного переключения между аттракторами.

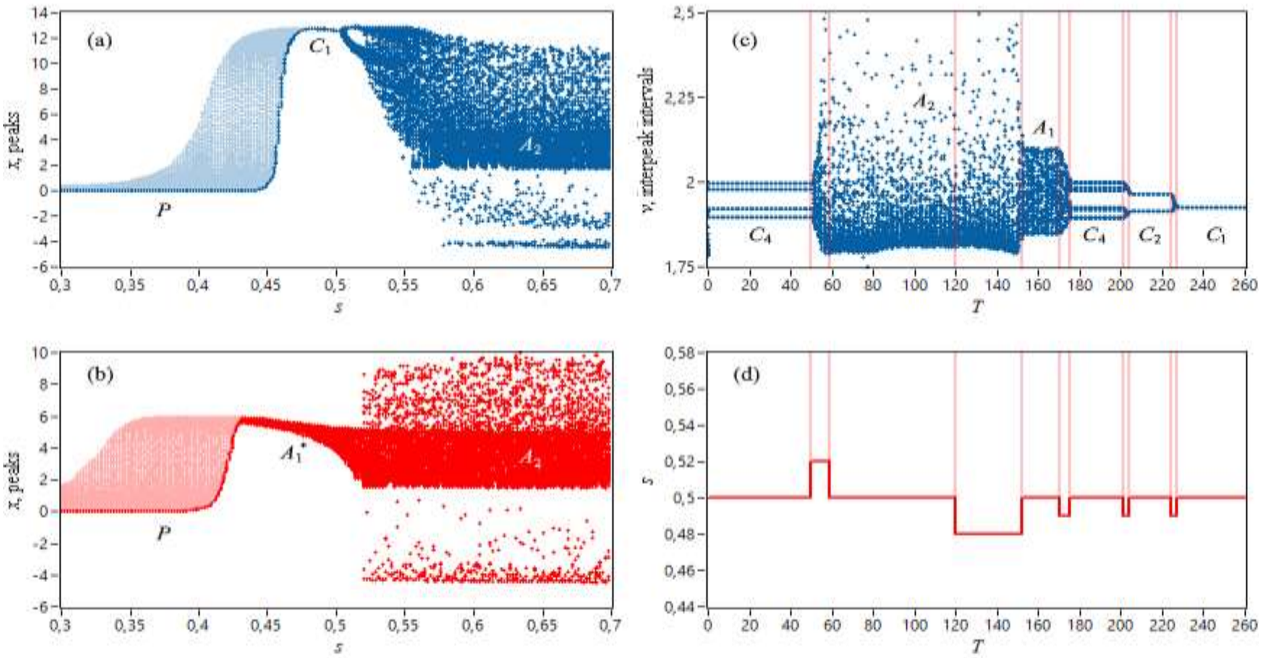

Рис. 3. Бифуркационные диаграммы пиковых значений переменной x, полученные методом VSCD с фиксированным размером шага $h = 0.001$ при времени моделирования $t = 200$ и отсечкой переходных процессов $t_0 = 200$ из начальных условий: (a) (0.001, 0, 7.3, 0, 0) и (b) (0.001, 0, 0, -2.5, 0). (c) Бифуркационная диаграмма межпиковых интервалов переменной v во временной области, где $T = 100$, при (d) управлении коэффициентом s

Экспериментальные результаты, представленные на рис. 3 (c), (d) доказывают верность данного утверждения: с помощью ручного управления s удалось из предельного цикла C_4, начальные условия (0.001, 0, 7.3, 0, 0), ввести систему в хаотический режим A_2, затем последовательно перевести систему на одновитковый аттрактор A_1, предельные циклы C_4, C_2 и C_1. Из опыта последующих экспериментальных исследований следует отметить необходимость отслеживания траектории в витках аттрактора A_2 для переключения на нужный режим A_1 или A_1^* (рис. 2 (d)), а также необходимость введения воздействия на переменные состояния или параметры системы при попадании траектории в фиксированную точку P – в данном случае невозможно вывести траекторию в колебательные режимы только лишь за счет варьирования коэффициента симметрии s.

IV. Вывод

В данной работе был предложен новый подход к управлению динамическими режимами дискретной модели за счет варьирования коэффициента симметрии в условиях мультистабильности непрерывного прототипа системы. На примере модифицированной цепи Чуа с мемристором, с помощью бифуркационных диаграмм продемонстрирована пригодность рассматриваемого метода как при необходимости полного подавления мультистабильности с переходом в состояния различной устойчивости, так и при необходимости точной подстройки динамического режима.

В качестве дальнейшего исследования мы изучим возможности построения адаптивных стратегий управления коэффициентом симметрии для автоматического вывода систем в нужные режимы устойчивости.

Ссылки

[1] Pisarchik A.N. Controlling the multistability of nonlinear systems with coexisting attractors // Physical Review E. 2001. Т. 64. №. 4. С. 046203.

[2] Lai Y.C. Driving trajectories to a desirable attractor by using small control // Physics Letters A. 1996. Т. 221. №. 6. С. 375-383.

[3] Pisarchik A.N., Feudel U. Control of multistability //Physics Reports. 2014. Т. 540. №. 4. С. 167-218.

[4] Tutueva A.V. et al. Synchronization of Chaotic Systems via Adaptive Control of Symmetry Coefficient in Semi-Implicit Models // 2020 Ural Smart Energy Conference (USEC). IEEE, 2020. С. 143-146.

[5] Karimov T. et al. Chaotic Communication System with Symmetry-Based Modulation // Applied Sciences. 2021. Т. 11. №. 8. С. 3698.

[6] Guo M. et al. Multistability in a physical memristor-based modified Chua's circuit //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2019. Т. 29. №. 4. С. 043114.

[7] Zhang Y. et al. Establishment of physical and mathematical models for $Sr_{0.95}$ $Ba_{0.05}$ TiO_3 memristor // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2017. Т. 27. №. 09. С. 1750148.

[8] Ostrovskii V.Y. et al. Continuation Analysis of Memristor-Based Modified Chua's Circuit // 2020 International Conference Nonlinearity, Information and Robotics (NIR). IEEE, 2020. С. 1-5.

[9] Ostrovskii V.Y. et al. Phase Bifurcation Analysis of Nonlinear Dynamical Systems // 2020 XXIII International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM). IEEE, 2020. С. 88-91.