Робастное назначение полюсов в задаче модального управления с наблюдателем состояния

Н. А. Доброскок[1], В. Б. Второв[2]
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
[1]nadobroskok@etu.ru, [2]victor_vtorov@mail.ru

Аннотация. **Рассмотрена задача назначения полюсов линейной стационарной системы с обратной связью по переменным состояния или их оценкам, вырабатываемым наблюдателем состояния, при котором ограниченные параметрические возмущения объекта управления не выводят эти полюсы за пределы некоторой области на комплексной плоскости. Дано развитие известного метода робастного назначения полюсов системы с обратной связью, в основе которого лежит применение стандартных полиномов и теоремы Руше. Определению подлежит минимальное значение среднегеометрического корня, обеспечивающее выполнение условий теоремы Руше и приемлемые показатели качества. Предложен подход, снимающий ограничения указанного метода на структуру матриц А и В объекта управления, состоящий в требовании согласованности их структуры, и позволяющий анализировать границу области разброса полюсов параметрически возмущенной системы при реализации модального регулятора по оценкам переменных состояния, вырабатываемых наблюдателем. Введен характеристический показатель, от значения которого зависят выполнимость условий теоремы Руше, форма области разброса полюсов, ее размер и расположение относительно мнимой оси, а также минимально достижимое качество динамики. Исследована взаимосвязь между шириной интервалов параметрической неопределенности и значениями указанного показателя, а также типами желаемых характеристических полиномов, определяющих коэффициенты модального регулятора и коэффициенты усиления наблюдателя, соотношением их среднегеометрических корней и минимально необходимым значением среднегеометрического корня желаемого характеристического полинома. Приведен пример применения предложенного подхода и его программной реализации на языке MatLab для синтеза электромеханической системы с модальным регулятором и наблюдателем в условиях параметрической неопределенности.**

Ключевые слова: модальное управление; наблюдатель состояния; параметрическая неопределенность; робастное назначение полюсов; область разброса полюсов; теорема Руше

I. Введение. Постановка задачи робастного назначения полюсов

Одной из проблем синтеза закона модального управления является возможное наличие у объекта управления априорной параметрической неопределенности или изменение его параметров в ограниченном диапазоне значений в процессе функционирования системы. В таких случаях возникает задача обеспечения робастности динамики системы управления с модальным регулятором. Робастность в докладе рассматривается в аспекте расположения полюсов (корней характеристического полинома) системы.

Пусть дана полностью управляемая система (объект управления), описываемая дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{x} \in R^n$ – полностью измеряемый вектор состояния; $u \in R$ – входное воздействие (управление); $\mathbf{B} \in R^n$ – постоянная и известная матрица входа; $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}) \in R^{n\times n}$ – постоянная матрица системы, зависящая от неизвестного постоянного вектора $\boldsymbol{\delta}$ физических параметров объекта. Пусть для каждого из физических параметров объекта известны верхняя и нижняя границы его значений: $\boldsymbol{\delta} \in \boldsymbol{\Delta}$, где $\boldsymbol{\Delta} = \left\{\boldsymbol{\delta}:\ \delta_j^- \le \delta_j \le \delta_j^+,\ j = \overline{1,m}\right\}$. Обозначим номинальное значение матрицы системы $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}_0)$, где $\boldsymbol{\delta}_0$ – известный вектор номинальных значений параметров.

Зададим для системы (1) закон управления

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}\,, \tag{2}$$

где $\mathbf{K} \in R^{1\times n}$ – матрица модального регулятора, подлежащая определению по значению номинальной матрицы $\mathbf{A}_0$.

Желаемое расположения полюсов замкнутой системы при $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0$ зададим полиномом вида

$$D_ж(p) = p^n + f_1\omega_0 p^{n-1} + \dots + f_{n-1}\omega_0^{n-1} p + \omega_0^n, \quad (3)$$

где $f_1 \dots f_n$ – коэффициенты, определяющие взаимное расположение корней характеристического полинома на комплексной плоскости; ω_0 – среднегеометрический корень полинома, определяющий удаленность корней от мнимой оси, а значит, и быстродействие системы, но не влияющий на их взаимное расположение.

Тогда задача робастного назначения полюсов будет заключаться в поиске такого минимального значения ω_0, при котором полюса замкнутой системы с параметрическими возмущениями не будут выходить за границы некоторой области комплексной плоскости, определяющей показатели качества, допустимые в системе при известных границах изменения вектора параметров объекта $\boldsymbol{\delta}$.

II. Известные решения задачи

Решение [1] данной задачи заключалось в том, что для системы (1), удовлетворяющей требованию управляемости пары $(\mathbf{A}_0, \mathbf{B})$ и условию согласованности

$$\mathbf{A} - \mathbf{A}_0 = \mathbf{B}\mathbf{f}^T, \quad (4)$$

предлагалось задавать характеристический полином в виде $D_0(p) = D(p, \boldsymbol{\delta}_0) = (p + 2r)^n$, $r > r_0 > 0$, где параметр r_0 вычисляется указанным далее способом на основании данных об области $\boldsymbol{\Delta}$. Тогда корни полинома $D(p)$ будут оставаться внутри круга радиуса r с центром в точке $-2r$ на вещественной оси.

Данный подход основан на анализе невязки между характеристическим полиномом параметрически возмущенной системы с регулятором (2), рассчитанным при $\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta}_0$, и полиномом невозмущенной системы с тем же регулятором,

$$\begin{aligned} q(p,\boldsymbol{\delta}) &= D(p,\boldsymbol{\delta}) - D_0(p) = \\ &= \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}) + \mathbf{BK}) - \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_0 + \mathbf{BK}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица. Для определения области, в которой лежат корни полинома возмущенной системы $D(p,\boldsymbol{\delta})$, в [1] предлагается воспользоваться теоремой Руше в следующей формулировке: если функции $D_0(p)$ и $q(p,\boldsymbol{\delta})$ аналитичны в односвязной ограниченной области *S* и на ее контуре *C* и если

$$|D_0(p)| > |q(p,\boldsymbol{\delta})| \quad (6)$$

на контуре *C*, то $D(p,\boldsymbol{\delta}) = D_0(p) + q(p,\boldsymbol{\delta})$ и $D_0(p)$ имеют внутри области *S* одно и то же число корней.

Для произвольного комплексного числа p на окружности $C = C(-2r, r)$ имеем $|p + 2r| = r$ и $|D_0(p)| = |(p+2r)^n| = r^n$, поэтому условие нахождения всех корней в *S* принимает вид

$$|q(p,\boldsymbol{\delta})| < r^n. \quad (7)$$

Из разложения невязки (5) в ряд

$$q(p,\boldsymbol{\delta}) = q_0(\boldsymbol{\delta}) + q_1(\boldsymbol{\delta})p + \ldots + q_{n-1}(\boldsymbol{\delta})p^{n-1} \quad (8)$$

и очевидного соотношения $|p| < 3r$ для $p \in C$ следует оценка

$$\begin{aligned} |q(p,\boldsymbol{\delta})| &\le |q_0(\boldsymbol{\delta})| + |q_1(\boldsymbol{\delta})||p| + \ldots + |q_{n-1}(\boldsymbol{\delta})||p^{n-1}| \le \\ &\le nq_m \max[1, (3r)^{n-1}], \end{aligned} \quad (9)$$

где $q_m = \sup\{|q_i(\boldsymbol{\delta})|,\ i = \overline{1, n-1},\ \boldsymbol{\delta} \in \boldsymbol{\Delta}\}$. Условие (7) выполняется, если правая часть в (9) не превосходит r^n, что справедливо при $r > r_0 = \max[1/3, nq_m 3^{n-1}]$ и $3r > 1$.

В [2] отмечаются недостатки этого метода: частный характер выбора полинома Ньютона в качестве желаемого и грубость оценки (9), приводящая к завышенным значениям r и, следовательно, ω_0. Последний недостаток в [2] предлагается устранить усилением (9) с учетом соотношения $|p| < 3r$:

$$|q_0|_{\max} + |q_1|_{\max} 3r + \ldots + |q_{n-1}|_{\max} (3r)^{n-1} \le r^n. \quad (10)$$

Кроме того, в [1] указанный результат распространен на полиномы общего вида (3), для чего предложено границу *C* области *S* разброса корней характеристического полинома возмущенной системы искать как контур, являющийся геометрическим местом точек комплексной плоскости, где модуль полинома $D_0(p)$, взятый для удобства вычислений в квадрате, постоянен:

$$Q(x,y) = |D_0(p)|^2_{p=x+jy} = Q_0 = \text{const}. \quad (11)$$

Можно показать, что уравнение (11) определяет контур *C* как геометрическое место точек комплексной плоскости, для которых произведение расстояний до всех корней полинома $D_0(p)$ постоянно и равно $\sqrt{Q_0}$. При этом указанный контур представляет собой линию уровня функции $Q(x,y)$ со значением Q_0. Как показано в следующем разделе, параметр Q_0 играет важную роль в решении поставленной задачи, в связи с чем в настоящем докладе он именуется характеристическим показателем.

Если значение Q_0 (зависящее от ω_0) выбрать малым, то ему будут соответствовать не одна линия уровня, а *n* замкнутых линий, каждая из которых охватывает свой корень характеристического полинома. Необходимо так задавать Q_0, чтобы линия уровня была одна и область *S*, охватываемая ею, являлась, таким образом, односвязной. Кроме того, на контуре *C* необходимо выполнить условие (6) теоремы Руше, которое может быть переписано с усилением как

$$\left|q_0(\boldsymbol{\delta})\right| + \left|q_1(\boldsymbol{\delta})\right|\left|p\right| + \ldots + \left|q_{n-1}(\boldsymbol{\delta})\right|\left|p\right|^{n-1} \le \sqrt{Q_0}\ , \qquad (12)$$

где принято $\left|q_i(\boldsymbol{\delta})\right| = \left|q_i(\boldsymbol{\delta})\right|_{\max}$, $i = 0, \ldots n-1$ (коэффициенты $q_i(\boldsymbol{\delta})$ разложения (8) вычисляются на основании известных границ параметрической неопределенности и параметров системы), а значение $|p|$ можно заменить модулем абсциссы крайней левой точки пересечения контура *C* с вещественной осью.

III. Распространение задачи робастного назначения полюсов на системы с наблюдателем состояния

Теперь рассмотрим задачу синтеза модального регулятора с наблюдателем состояния для полностью управляемой и полностью наблюдаемой линейной стационарной системы с одним входом и одним выходом, описание (1) которой дополняется уравнением выхода

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}\,, \qquad (13)$$

где $y \in R$ – выход; $\mathbf{C} \in R^n$ – постоянная и известная матрица выхода.

Пусть для технической реализации закона управления (2) в предположении, что непосредственному измерению доступна только одна переменная состояния, необходимо синтезировать, например, асимптотический наблюдатель состояния полного порядка вида

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_0\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}\left(y - \hat{y}\right); \\ \hat{y} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}, \end{cases} \qquad (14)$$

где $\hat{\mathbf{x}} \in R^n$ – оценка вектора состояния объекта управления; $\hat{y} \in R$ – оценка выхода; $\mathbf{L} \in R^{n\times 1}$ – матрица-вектор коэффициентов усиления наблюдателя, подлежащая определению по номинальному значению матрицы $\mathbf{A}_0$.

Можно показать, что при номинальных значениях параметров объекта управления, а значит матрицы $\mathbf{A}_0$, математическое описание результирующей системы, записанное в векторно-матричной форме относительно расширенного вектора состояния примет вид

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_0 - \mathbf{LC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} g\,, \qquad (15)$$

где $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ – вектор ошибки оценивания переменных состояния. Характеристический полином системы (15) будет определяться выражением

$$D_0(p) = \det\left(p\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_0 - \mathbf{LC} \end{bmatrix} \right) \qquad (16)$$

или, что то же самое

$$D_0(p) = \det\left(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_0 + \mathbf{BK}\right)\det\left(p\mathbf{I} - \mathbf{A}_0 + \mathbf{LC}\right).$$

Первый сомножитель представляет собой характеристический полином системы с модальным регулятором, а второй – полином уравнения ошибки оценивания. Поэтому синтез модального регулятора и наблюдателя могут производиться независимо.

Если желаемое расположение полюсов системы (1) с модальным регулятором (2) задается полиномом (3), то желаемое расположение полюсов системы, определяющих динамику наблюдателя состояния при номинальном значении матрицы $\mathbf{A}_0$, зададим полиномом вида

$$D_{\text{жн}}(p) = p^n + d_1\omega_{\text{н}} p^{n-1} + \cdots + d_{n-1}\omega_{\text{н}}^{n-1} p + \omega_{\text{н}}^n\,. \qquad (17)$$

При наличии параметрических возмущений матрицы $\mathbf{A}$ характеристический полином (16) преобразуется к виду

$$D(p) = \det\left(p\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}) - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}) - \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_0 - \mathbf{LC} \end{bmatrix} \right), \qquad (18)$$

что приводит к смещению полюсов системы.

Сформулируем новую задачу робастного назначения полюсов следующим образом: необходимо найти такое минимальное значение ω_0, а также соотношение $\omega_{\text{н}}/\omega_0$, при котором полюса замкнутой системы с параметрическими возмущениями не будут выходить за границы некоторой области комплексной плоскости.

IV. Решение задачи робастного назначения полюсов системы с модальным регулятором и наблюдателем состояния

Рассмотрим предлагаемый подход к синтезу модального регулятора с наблюдателем состояния, обеспечивающий робастное назначение полюсов. Отметим, что выполнение условия согласованности (4) введено в [1] с целью упрощения процедуры получения разложения в ряд невязки (8) и в общем случае не требуется.

1. В зависимости от требований, предъявляемых к системе, определить тип характеристических полиномов (3) и (17), а также соотношение частот $\omega_н/\omega_0$.

2. По матрице $\mathbf{A}_0$, соответствующей номинальным параметрам объекта управления, вычислить матрицу-строку модального регулятора $\mathbf{K}$ с использованием, например, формулы Аккермана [3] или другого метода, с точностью до подлежащего определению значения среднегеометрического корня полинома (3),

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}_0\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}_0^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}^{-1} \alpha_c(\mathbf{A}_0), \quad (19)$$

где $\alpha_c(\mathbf{A}_0)$ – матричный полином, соответствующий желаемому характеристическому полиному (6),

$$\alpha_c(\mathbf{A}_0) = \mathbf{A}_0^n + f_1\omega_0\mathbf{A}_0^{n-1} + \ldots + f_{n-1}\omega_0^{n-1}\mathbf{A}_0 + \omega_0^n\mathbf{I}. \quad (20)$$

3. По матрице $\mathbf{A}_0$ вычислить матрицу-вектор коэффициентов усиления $\mathbf{L}$ наблюдателя с использованием того же алгоритма с точностью до значения среднегеометрического корня полинома (17),

$$\mathbf{L}^T = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T & \dots & \left(\mathbf{A}_0^T\right)^{n-1}\mathbf{C}^T \end{bmatrix}^{-1} \alpha_o\left(\mathbf{A}_0^T\right), \quad (21)$$

где $\alpha_o\left(\mathbf{A}_0^T\right)$ – матричный полином, соответствующий характеристическому полиному (17),

$$\alpha_o\left(\mathbf{A}_0^T\right) = \left(\mathbf{A}_0^T\right)^n + \ldots + d_{n-1}\omega_н^{n-1}\mathbf{A}_0^T + \omega_н^n\mathbf{I}. \quad (22)$$

4. Вычислить разложение по степеням p невязки $q(p,\boldsymbol{\delta})$ по выражению

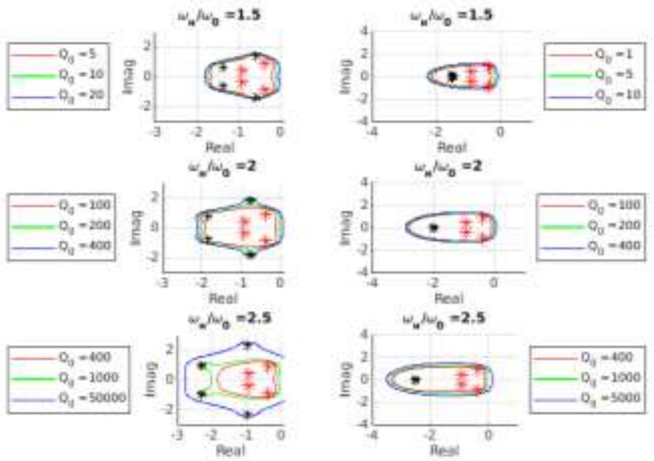
$$q(p,\boldsymbol{\delta}) = \det\left(p\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_0 - \mathbf{LC} \end{bmatrix} \right) - \det\left(p\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}) - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}) - \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_0 - \mathbf{LC} \end{bmatrix} \right). \quad (23)$$

5. Определить границу области, внутри которой должны оставаться полюса параметрически возмущенной системы, по выражению (11). Для определения значения Q_0, определяющего форму этой границы, провести исследование (11) при значении среднегеометрического корня характеристического полинома ω_0, равном 1, и требуемом соотношении частот $\omega_н/\omega_0$. Результаты исследования при назначении в качестве желаемого полинома (3) – полинома Баттерворта четвертого порядка, а полинома (17) – либо полинома Баттерворта, либо полинома Ньютона также четвертого порядка, показаны на рис. 1. Приведенные графики свидетельствуют о том, что при выборе в качестве полинома (17) полинома Баттерворта при значениях Q_0, обеспечивающих выполнение условий теоремы Руше, область разброса полюсов возмущенной системы заходит в правую полуплоскость комплексной плоскости, что говорит о потере устойчивости. С этой точки зрения полином Ньютона обеспечивает лучший результат.

6. Вычислить минимальное значение среднегеометрического корня, при котором выполняется неравенство (12).

7. Если неравенство (12) не может быть выполнено при заданных границах изменения параметров объекта управления и показателях качества (значении Q_0) при конечном значении среднегеометрического корня, то при допустимости ухудшения гарантированных в замкнутой системе показателей качества определить из (12) минимальное значение Q_0, при котором выполняется неравенство.

Пример программной реализации данного подхода приведен в [4].



а б

Рис. 1. Границы областей локализации полюсов для желаемого характеристического полинома системы с модальным регулятором (*) типа Баттерворта и желаемым полиномом наблюдателя (*) типа: а – Баттерворта; б – Ньютона

V. Пример синтеза и исследования электромеханической системы с модальным регулятором и наблюдателем состояния

Для иллюстрации предложенного подхода решим задачу робастного назначения полюсов для электромеханической системы четвертого порядка с одним входом и одним выходом. На структурной схеме, представленной на рис. 2, приняты следующие обозначения: $c = 0.00336$ Н/м – жесткость механической передачи; $J_1 = 6.4 \cdot 10^{-6}$ кг·м^2 – момент инерции первой массы (двигателя); $J_2 = 1.712 \cdot 10^{-6}$ кг·м^2 – приведенный момент инерции второй массы; $\beta_п = 0.0125$ – коэффициент передачи контура тока; $x_1 = \omega_1$ – угловая скорость первой массы; $x_2 = M_y$ – момент упругих сил; $x_3 = \omega_2$ – угловая скорость второй массы, приведенная к валу двигателя; $x_4 = \varphi_2$ – угол поворота исполнительной оси, приведенный к валу двигателя.

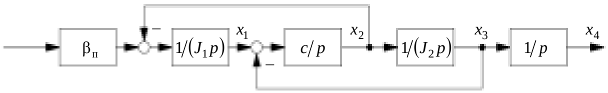


Рис. 2. Структурная схема объекта управления

Векторно-матричное представление объекта имеет вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1/J_1 & 0 & 0 \\ c & 0 & -c & 0 \\ 0 & 1/J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_п/J_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (24)$$

Будем полагать, что объекту управления свойственна параметрическая неопределенность. Неравенство (12) для объекта управления (1) с законом управления (2) при условии доступности измерению всех переменных состояния может быть выполнено при максимально возможном отклонении на 5 % от номинальных значений параметров $\left(J_2 \in [0.95 J_{20} \quad 1.05 J_{20}],\ c \in [0.95 c_0 \quad 1.05 c_0]\right)$. При этом неравенство (12) может быть решено при различных значениях показателя Q_0. Однако чем меньше значение Q_0, тем большее значение среднегеометрического корня потребуется обеспечить для выполнения условий: при $Q_0 = 0.85$ значение составляет $\omega_0 = 75.16$ рад/с, при $Q_0 = 0.8$ имеем $\omega_0 = 105.66$ рад/с, при $Q_0 = 0.76$ – уже $\omega_0 = 245.77$ рад/с.

При необходимости применения наблюдателя состояния для реализации закона управления (2) диапазон параметрических возмущений уменьшается до 0.1 %. Результаты расчета по программе [4] приведены на рис. 3 и 4.

На графиках приведены границы областей разброса полюсов параметрически возмущенной системы при минимальном значении показателя Q_0, при котором область является односвязной и выполняется условие (12), а также трех значениях показателя, обеспечивающих выполнение худших показателей качества возмущенной системы при сохранении устойчивости.

Анализ приведенных результатов говорит о необходимости поиска компромисса между физической реализуемостью регулятора с вычисленным значением среднегеометрического корня, быстродействием наблюдателя состояния и робастностью замкнутой системы.

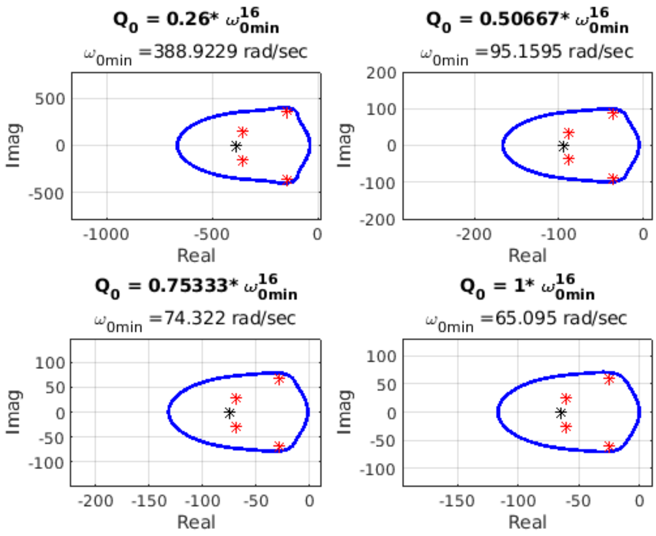


Рис. 3. Границы областей локализации полюсов для желаемого характеристического полинома системы с модальным регулятором (*) типа Баттерворта и желаемым полиномом наблюдателя типа (*) Ньютона при $\omega_н/\omega_0 = 1$ и разных значениях Q_0

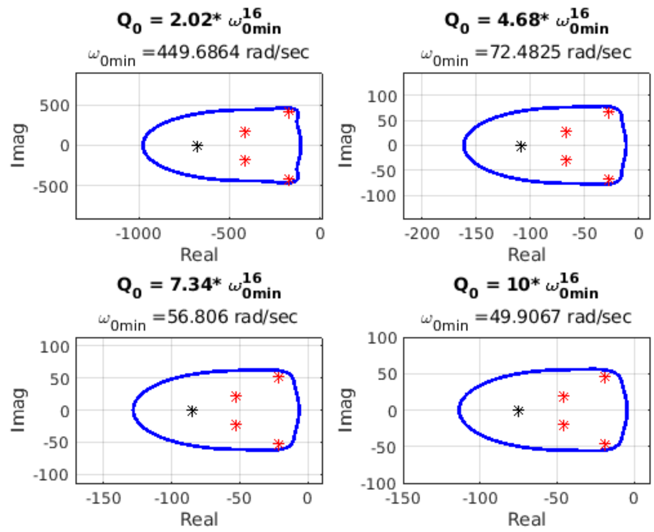


Рис. 4. Границы областей локализации полюсов для желаемого характеристического полинома системы с модальным регулятором (*) типа Баттерворта и желаемым полиномом наблюдателя (*) типа Ньютона при $\omega_н/\omega_0 = 1.5$ и разных значениях Q_0

VI. Заключение

В докладе приведен подход, позволяющий анализировать границу области разброса полюсов параметрически возмущенной системы при реализации модального регулятора по оценкам переменных состояния, вырабатываемых наблюдателем. Исследована взаимосвязь между шириной интервалов параметрической неопределенности и значениями характеристического показателя Q_0, а также типами желаемых характеристических полиномов, определяющих коэффициенты модального регулятора и коэффициенты усиления наблюдателя, соотношением их среднегеометрических корней и минимально необходимым значением среднегеометрического корня желаемого характеристического полинома.

Список литературы

[1] Olbrot A.W. Arbitrary robust eigenvalue placement by a staticstate feedback // *IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 41 (*Issue 8*). 1214-1215, August 1996*

[2] Второв В.Б., Сяо Ч. О задаче робастного назначения полюсов динамической системы // *Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Сер. «Автоматизация и управление». 2004. № 1. С. 29–35.*

[3] Дорф Р., Бишоп Р. *Современные системы управления. М.:* Лаборатория базовых знаний, 2002.

[4] Nikita Dobroskok (2021). Robust assignment of dynamic system poles (example) (https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/92995-robust-assignment-of-dynamic-system-poles-example), MATLAB Central File Exchange. Retrieved May 26, 2021.