

# Адаптивное робастное управление трикоптером с поворотными винтами в условиях неопределенности и ограничения входных воздействий

Зуи Хань Нгуен<sup>1</sup>, В. В. Путов<sup>2</sup>, В. Н. Шелудько<sup>2</sup>

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

<sup>1</sup>khanhnguyen.mta@gmail.com, <sup>2</sup>vvputov@mail.ru

**Аннотация.** Рассматривается адаптивная робастная система управления трикоптером с поворотными винтами в условиях неопределенных коэффициентов аэродинамического сил и моментов сопротивления, ограничения входных воздействий и действия неизвестных внешних возмущений. Строится нелинейная математическая модель динамики трикоптера с поворотными винтами, учитывающая ограничение входных воздействий. Синтез адаптивной робастной системы управления трикоптером с поворотными винтами осуществляется введением адаптивного робастного скользящего режима управления и метода аппроксимации функций для устранения влияния неопределенности и ограничения входных воздействий. Методом функций Ляпунова доказывается асимптотическая устойчивость системы в условиях неопределенности и насыщения входных воздействий. Компьютерные исследования разработанной системы управления трикоптером проводились в программе MATLAB/Simulink.

**Ключевые слова:** трикоптер с поворотными винтами, ограничение входных воздействий, неопределенные коэффициенты аэродинамического сил и моментов сопротивления, неизвестные внешние возмущения, адаптивная робастная система управления, адаптивный робастный скользящий режим управления, метод аппроксимации функций, компьютерное моделирование

## I. ВВЕДЕНИЕ

Сегодня беспилотные летательные аппараты (БПЛА) применяются во многих гражданских отраслях благодаря их мобильности, обширной дальности наблюдения, низкой стоимости и высокой доступности, позволяющей снизить опасность для людей в труднодоступных местах. Растущий интерес к разработке многороторных БПЛА для гражданских применений побуждает промышленность и исследователей искать новые конструкции, стремясь к более эффективным конфигурациям с точки зрения размера, дальности полета, автономности и полезной нагрузки. На сегодняшний день большой интерес представляет новая малоисследованная разработка трикоптеров с поворотными винтами, обладающая рядом существенных преимуществ по сравнению с квадрокоптерами [1–3].

Трикоптер с поворотными винтами имеет конструкцию, аналогичную российским конструкциям конвертоплана Ми-30 [4] и БПЛА серии ЭРА [5].

Внешний вид трикоптера с поворотными винтами показан на рис. 1.

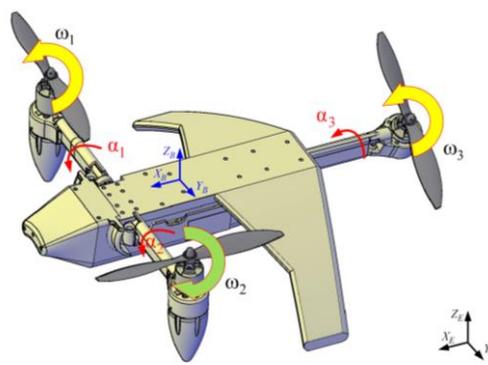


Рис. 1. Трикоптер с поворотными винтами

Механическая конструкция трикоптера имеет Т-образную форму с расположением на трех лучах винтов, приводящихся для создания тяги тремя основными синхронными двигателями с постоянными магнитами. Направления вращения винтов указаны на рис. 1, где два передних винта вращаются в противоположных направлениях, а задний винт вращается в направлении, согласованном с направлением одного из двух передних винтов. Три дополнительных серводвигателя постоянного тока, соединенных с главными синхронными двигателями, обеспечивают поворот винтов в вертикальной плоскости на углы в диапазоне  $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$  для создания горизонтальной составляющей силы тяги.

Трикоптеры с поворотными винтами требуют более сложных алгоритмов управления из-за существенной нелинейности математических моделей, эффектов перекрестных связей и асимметричного распределения тяги. В то же время неопределенность параметров системы, ограничение входных воздействий и неизвестные внешние возмущения осложняют задачи управления трикоптерами с поворотными винтами.

Ограничение входных воздействий является проблемой, снижающей производительность системы, приводит к непредсказуемым неточностям и даже неустойчивости. Поэтому разработка схем адаптивного управления для систем с ограничением (насыщением) входных воздействий представляет собой важную теоретическую и практическую задачу.

Настоящий доклад посвящен разработке адаптивной робастной системы управления трикоптером с поворотными винтами в условиях функционально-параметрической неопределенности коэффициентов аэродинамического сил и моментов сопротивления, а также влияния ограничения входных воздействий и неизвестных внешних аэродинамических возмущений.

## II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТРИКОПТЕРА С ПОВОРОТНЫМИ ВИНТАМИ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЯ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Математическая модель трикоптера с поворотными винтами может быть представлена в форме уравнений Лагранжа–Эйлера [1, 6]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_p, \quad (1)$$

где:  $\mathbf{q} = [\xi^T \ \eta^T]^T \in \mathbb{R}^6$ ,  $\xi = [x \ y \ z]^T$  – вектор координат центра масс трикоптера;  $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$  – вектор углов ориентации трикоптера,  $\mathbb{R}^n$  – вещественное пространство размерности  $n$ ;

$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_a & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_a \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{M}_a = \text{diag}(m \ m \ m)$ ,  $m$  – масса трикоптера,  $\mathbf{O}$  – нулевая матрица,  $\mathbf{J}_a(\mathbf{q}) = \mathbf{P}_{eb}^T \mathbf{J} \mathbf{P}_{eb}$  – симметричная матрица, где  $\mathbf{P}_{eb}$  удовлетворяют формуле  $\mathbf{P}_{eb} \dot{\eta} = \boldsymbol{\Omega}$  – угловой скорости трикоптера в системе координат  $B$ , связанной с БПЛА,  $\mathbf{J}$  – матрица момента инерции трикоптера;  $\mathbf{G} = [0 \ 0 \ mg \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ;

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_a - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbf{J}_a) \end{bmatrix}; \mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{be} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{E}$  – единичная матрица,  $\mathbf{R}_{be}$  – матрица перехода из связанной с БПЛА системы координат  $B$  в земную систему координат  $E$ ;  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  – матрица входа, элементы которой зависят от аэродинамических коэффициентов сил и моментов тяги;  $\mathbf{u}$  – вектор входных воздействий, зависящий от скоростей и углов наклона винтов;  $\mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -(\mathbf{R}_{be} \mathbf{d}_\xi \mathbf{D}_\xi(\dot{\mathbf{q}}))^T & -(\mathbf{d}_\eta \mathbf{D}_\eta(\dot{\mathbf{q}}))^T \end{bmatrix}^T$  – вектор обобщенных сил и моментов сопротивления,  $\mathbf{d}_\xi = \text{diag}(d_x \ d_y \ d_z)$ ,  $\mathbf{d}_\eta = \text{diag}(d_\phi \ d_\theta \ d_\psi)$ ,  $d_x, d_y, d_z, d_\phi, d_\theta, d_\psi$  – неизвестные коэффициенты аэродинамического сопротивления;  $\mathbf{F}_p(t) = [\mathbf{F}_c^T \ \boldsymbol{\tau}_c^T]^T \in \mathbb{R}^6$  – вектор обобщенных неизвестных внешних возмущений. Предполагается, что  $\|\mathbf{F}_p(t)\| \leq d$ , где  $d$  – известная постоянная величина.

При условиях ограничения входных воздействий уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\mathbf{u}(\boldsymbol{\tau}) + \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_p, \quad (2)$$

где  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  – вектор управляющих воздействий;  $\mathbf{u}(\boldsymbol{\tau}) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  – вектор ограниченных управляющих воздействий, определяемых как

$$u_i = \text{sat}(\tau_i) = \begin{cases} \text{sign}(\tau_i) u_M, & \text{если } |\tau_i| \geq u_M; \\ \tau_i, & \text{если } |\tau_i| < u_M, \end{cases} \quad (3)$$

где  $u_M > 0$  – известная константа, являющаяся пределом насыщения управляющих воздействий.

## III. СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Большинство нелинейных адаптивных законов, обеспечивающих устойчивость с высоким качеством управления в условиях неопределенности, образуются на аффинной параметризации относительно вектора неизвестных параметров, требуя расчета матрицы регрессии и оценки вектора неизвестных параметров. В данной работе используется адаптивный скользящий режим управления [7, 8] с оценками коэффициентов аэродинамического сил и моментов сопротивления, преобразуя вектор обобщенных сил и моментов сопротивления  $\mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}})$  к следующему виду:

$$\mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) = -\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{h}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{D}_d(\dot{\mathbf{q}})$ ,  $\mathbf{D}_d \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  – диагональная матрица, элементы главной диагонали которой являются элементами векторов  $\mathbf{D}_\xi(\dot{\mathbf{q}})$  и  $\mathbf{D}_\eta(\dot{\mathbf{q}})$ ;  $\mathbf{h} = [d_x \ d_y \ d_z \ d_\phi \ d_\theta \ d_\psi]^T \in \mathbb{R}^6$  – вектор неизвестных коэффициентов аэродинамического сопротивления.

Известны исследования, связанные с устранением эффекта ограничения входных воздействий, таких как положительная  $\mu$ -модификация Лаврецкого [9] или анти-виндап схема (anti-windup), представленная Фертиком и Россом [10]. Более подходящий метод решения этой проблемы, применяемый в данной работе, состоит в том, чтобы записать влияние ограничения входных воздействий в виде неопределенности [11] и использовать метод аппроксимации функций на основе ряда Фурье [12, 13] для оценки этой неопределенности.

Обозначим разность между реальными (ограниченными) управляющими воздействиями  $\mathbf{u}(t)$  и управляющими воздействиями  $\boldsymbol{\tau}(t)$ , формируемыми регуляторами, как

$$\boldsymbol{\delta}(t) = \mathbf{u}(t) - \boldsymbol{\tau}(t). \quad (5)$$

Тогда матричное уравнение (2) может быть преобразовано следующим образом:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}(\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_p = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}; \quad (6)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} - \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\boldsymbol{\delta} - \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{F}_p. \quad (7)$$

Таким образом, решение проблемы ограничения входных воздействий равносильно устранению влияния члена  $\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\boldsymbol{\delta}$ , который можно рассматривать как неопределенность системы [11].

Используя метод аппроксимации функций [12, 13], член  $\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\boldsymbol{\delta}$  может быть аппроксимирован конечным числом членов ряда Фурье:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{W}^T \mathbf{z} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

где  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{\beta \times 6}$  – весовая матрица, содержащая коэффициенты членов ряда Фурье;  $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{\beta \times 1}$  – вектор базисных функций, содержащий первые  $\beta$  членов ряда Фурье;  $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$  – вектор ошибки аппроксимации ( $\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \varepsilon_N$  – константа);  $\beta$  – количество используемых базисных функций ( $\beta$  нечетное).

В работе [14] подчеркивается тот факт, что при использовании тригонометрических полиномов для аппроксимации функции ошибка аппроксимации может быть сделана сколь угодно малой путем добавления членов к полиному.

В общем случае  $\mathbf{z}$  и  $\mathbf{W}$  можно записать в виде:

$$\mathbf{z} = \left[ 1 \quad \sin(\omega t) \quad \cos(\omega t) \quad \dots \quad \sin\left(\frac{\beta-1}{2}\omega t\right) \quad \cos\left(\frac{\beta-1}{2}\omega t\right) \right]^T \in \mathbb{R}^{\beta \times 1}, \text{ где } \omega \in \mathbb{R} - \text{ постоянная величина;}$$

$$\text{и } \mathbf{W}^T = \begin{bmatrix} a_{01} & a_{11} & b_{11} & \dots & a_{\frac{\beta-1}{2}1} & b_{\frac{\beta-1}{2}1} \\ a_{02} & a_{12} & b_{12} & \dots & a_{\frac{\beta-1}{2}2} & b_{\frac{\beta-1}{2}2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{0n} & a_{1n} & b_{1n} & \dots & a_{\frac{\beta-1}{2}n} & b_{\frac{\beta-1}{2}n} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times \beta}.$$

Таким образом, перепишем матричное уравнение (7) с учетом (4) и (8) в следующем виде:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{h} - \mathbf{W}^T \mathbf{z} - \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{F}_p, \quad (9)$$

Введем поверхность скольжения [7, 8]  $\mathbf{s}(t) = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{e}$ , где  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}(t)$  – вектор ошибок отслеживания,  $\mathbf{q}_d$  – вектор желаемых траекторий,  $\boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  – положительно определенная матрица. Пусть  $\hat{\mathbf{h}}$ ,  $\hat{\mathbf{W}}$  – оценки вектора  $\mathbf{h}$  и матрицы  $\mathbf{W}$ ,  $\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}$ ,  $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}$  – ошибки оценивания вектора  $\mathbf{h}$  и матрицы  $\mathbf{W}$ .

Положим теперь, что предлагаемый в докладе адаптивный робастный закон управления вида:

$$\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{B}\mathbf{H}]^{-1} \left[ \mathbf{M}(\ddot{\mathbf{q}}_d + \boldsymbol{\Lambda}\dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{s}) + \mathbf{G} + \mathbf{N}\hat{\mathbf{h}} - \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{z} + \mathbf{K}\mathbf{s} + \rho \text{sign}(\mathbf{s}) \right] \quad (10)$$

с алгоритмами настройки вида

$$\dot{\hat{\mathbf{h}}} = \boldsymbol{\Gamma}_1 \mathbf{N}^T \mathbf{s}; \quad \dot{\hat{\mathbf{W}}} = -\boldsymbol{\Gamma}_2 \mathbf{z} \mathbf{s}^T, \quad (11)$$

где  $\mathbf{K}, \boldsymbol{\Gamma}_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  и  $\boldsymbol{\Gamma}_2 \in \mathbb{R}^{\beta \times \beta}$  – симметричные, положительно определенные матрицы;  $\rho$  – достаточно большое положительное число такое, что  $\rho \geq \varepsilon_N + d$ , обеспечивают для объекта (2) с ограничением управляющих воздействий (3) при всех начальных условиях  $\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}(0)$  и  $\dot{\mathbf{q}}_0 = \dot{\mathbf{q}}(0)$  и любых  $u_M, \boldsymbol{\Gamma}_1, \boldsymbol{\Gamma}_2$ , и  $\mathbf{K}$  следующие свойства системы: а) ограниченность всех сигналов; б)  $\mathbf{e} \rightarrow 0$  и  $\dot{\mathbf{e}} \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Для доказательства этого рассмотрим функцию Ляпунова следующего вида:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M} \mathbf{s} + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{h}}^T \boldsymbol{\Gamma}_1^{-1} \tilde{\mathbf{h}} + \frac{1}{2} \text{Tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\Gamma}_2^{-1} \tilde{\mathbf{W}}) \quad (12)$$

Дифференцируя функцию  $V$  с учетом (10) и (11), получим:

$$\dot{V} = -\mathbf{s}^T \mathbf{K} \mathbf{s} - \mathbf{s}^T (\rho \text{sign}(\mathbf{s}) + \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{F}_p) \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}) \|\mathbf{s}\|^2 \leq 0 \quad (13)$$

$$\Rightarrow \int_0^{\infty} \|\mathbf{s}\|^2 \leq \frac{V(0) - V(\infty)}{\lambda_{\min}(\mathbf{K})} \leq \infty \quad (14)$$

Из (14) имеем  $\mathbf{s} \in L_2(0, \infty)$ . Поскольку  $\dot{V} \leq 0$ , то  $V, \mathbf{s}, \tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\mathbf{W}}$  ограничены,  $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{M}^{-1} \left[ \mathbf{N}\tilde{\mathbf{h}} - \tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{z} - (\mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{s} - \rho \text{sign}(\mathbf{s}) - \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{F}_p \right]$  также ограничен. Следовательно, согласно лемме Барбалата при  $t \rightarrow \infty$ ,  $\mathbf{s}(t) \rightarrow 0$ , т. е.  $\mathbf{e} \rightarrow 0$  и  $\dot{\mathbf{e}} \rightarrow 0$ .

#### IV. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Компьютерное моделирование построенной системы управления движением нелинейной модели трикоптера в условиях неопределенности, насыщения входных воздействий и неизвестных внешних возмущений было проведено в среде MATLAB/Simulink при следующих номинальных значениях аэродинамических коэффициентов:  $d_x = 0.0242$ ,  $d_y = 0.0316$ ,  $d_z = 0.0546$ ,  $d_\phi = 0.01$ ,  $d_\theta = 0.0105$ ,  $d_\psi = 0.0121$ . Пределом насыщения управляющих воздействий принято значение  $u_M = 12 \cdot 10^4$ . Параметры построенного регулятора установлены как:  $\hat{\mathbf{h}}(0) = \mathbf{0}_{6 \times 1}$ ;  $\rho = 20$ ,  $\mathbf{K} = 80\mathbf{E}_{6 \times 6}$ ,  $\boldsymbol{\Lambda} = 1.5\mathbf{E}_{6 \times 6}$ ,  $\boldsymbol{\Gamma}_1 = 10^2 \mathbf{E}_{6 \times 6}$ ,  $\boldsymbol{\Gamma}_2 = 10^3 \mathbf{E}_{15 \times 15}$ . В качестве базисных функций для аппроксимации выбраны первые 15 членов ряда Фурье,  $\omega = 0.1$ ,  $\hat{\mathbf{W}}(0) = \mathbf{0}_{15 \times 6}$ . Вектор внешнего возмущения выбран как  $\mathbf{F}_p(t) = [5 \sin t \quad 5 \sin 2t \quad 10 \sin 3t \quad 5 \sin t \quad 5 \sin 2t \quad 5 \sin 3t]^T$ .

Результаты компьютерного моделирования показаны на рис. 2–4, где штрихпунктирные линии – заданная (программная) траектория трикоптера, сплошные линии – траектория трикоптера с компенсацией насыщения, штриховые линии – траектория трикоптера без компенсации насыщения.

На рис. 2–4 показаны переходные процессы координат центра масс и углов ориентации трикоптера при номинальных значениях коэффициентов аэродинамического сил и моментов сопротивления и отсутствии внешних возмущений, при увеличении и уменьшении до 50 % значений коэффициентов аэродинамического сил и моментов сопротивления и наличии внешних возмущений.

Из результатов компьютерного моделирования, представленных на рис. 2–4, следует, что при условиях неопределенности, насыщения входных воздействий и неизвестных внешних возмущений адаптивная робастная система без компенсации насыщения неработоспособна, в то же время построенная в работе адаптивная робастная система с компенсацией насыщения обеспечивает удовлетворительное качество управления.

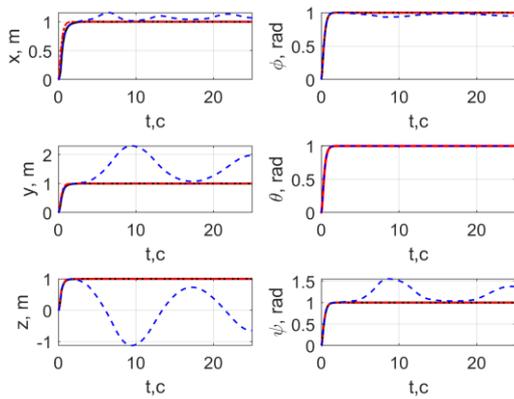


Рис. 2. При номинальных значениях коэффициенты аэродинамического сопротивления и с учетом внешних возмущений

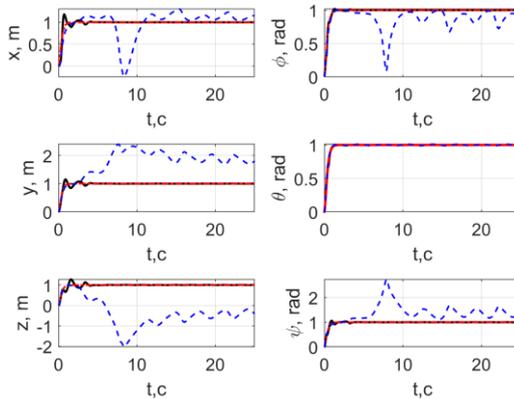


Рис. 3. При увеличении до 50% значений коэффициенты аэродинамического сопротивления и наличии внешних возмущений

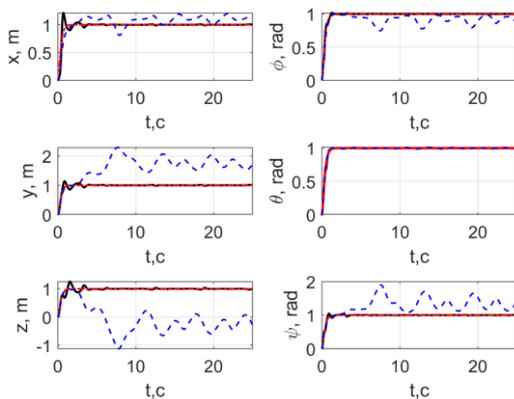


Рис. 4. При уменьшении до 50% значений коэффициенты аэродинамического сопротивления и наличии внешних возмущений

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В докладе при разработке адаптивной робастной системы управления трикоптером были проведены следующие исследования:

1. выполнено построение нелинейной математической модели динамики трикоптера с поворотными винтами;
2. выполнен синтез адаптивного робастного закона управления с компенсацией насыщения и неопределенности на базе адаптивного робастного скользящего режима управления и применением метода аппроксимации функций;

3. показано с помощью функции Ляпунова, что построенный закон управления обеспечивает асимптотическую устойчивость системы по переменным ошибок слежения за вектором желаемых траекторий и их скоростей;
4. результаты компьютерного моделирования подтверждают эффективность синтезированного закона управления с компенсацией насыщения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Нгуен З.Х., Путов В.В. Моделирование и исследование движения беспилотных летательных аппаратов типа трикоптера с поворотными винтами // Материалы юбилейной XXV конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», 2023 г.
- [2] Zong-Yang Lv, Yuhu Wu, Qing Zhao, Xi-Ming Sun, "Design and Control of a Novel Coaxial Tilt-Rotor UAV", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.69, no.4, pp.3810-3821, 2022.
- [3] Конвертоплан. [Электронный ресурс] – URL: <https://uavprof.com/wp-content/uploads/2021/04/КОНВЕРТОПЛАН.pdf> (дата обращения: 06/2023).
- [4] Конвертоплан Ми-30 (проект). [Электронный ресурс] – URL: <https://topwar.ru/20847-konvertoplan-mi-30-proekt.html> (дата обращения: 06/2023).
- [5] Беспилотные авиационные системы. [Электронный ресурс] – URL: [https://files.sk.ru/navigator/company\\_files/1120970/164028207\\_7\\_aeroXonewshortrus082021.pdf](https://files.sk.ru/navigator/company_files/1120970/164028207_7_aeroXonewshortrus082021.pdf) (дата обращения: 06/2023).
- [6] Нгуен Зуи Хань, Путов В.В., Кузнецов А.А., Чернышев М.А. Адаптивно-робастное управление беспилотным летательным аппаратом типа трикоптера с поворотными винтами в условиях неопределенности // XXVI Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM), 2023г. Стр. 71-74.
- [7] Андриевский Б.Р., Бобцов А.А., Фрадков А.Л. Методы анализа и синтеза нелинейных систем управления. М. Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2018. 336 с.
- [8] Jinkun Liu. Sliding Mode Control Using MATLAB. Academic Press. 2017.
- [9] Lavretsky E., and Hovakimyan N., "Positive  $\mu$ -Modification for Stable Adaptation in the Presence of Input Constraints," Proceedings of the American Control Conference, 2004, pp. 2545–2550.
- [10] Fertik, H.A. and Ross, C.W. (1967). Direct digital control algorithm with anti-windup feature. ISA transactions, 6(4), 317.
- [11] Annaswamy A.M., Evesque S., Niculescu SI., Dowling A.P. (2001). Adaptive Control of a Class of Time-delay Systems in the Presence of Saturation. In: Tao, G., Lewis, F.L. (eds) Adaptive Control of Nonsmooth Dynamic Systems. Springer, London.
- [12] Ming-Chih Chien and An-Chyau Huang. A Regressor-free Adaptive Control for Flexible-joint Robots based on Function Approximation Technique. Advances in Robot Manipulators, 27-49 (2010).
- [13] Villalobos-Chin J., & Santibáñez V. (2021). An Adaptive Regressor-Free Fourier Series-Based Tracking Controller for Robot Manipulators: Theory and Experimental Evaluation. Robotica, 39(11), 1981-1996.
- [14] Wilcox H.J. and Myers D.L. An introduction to Lebesgue integration and Fourier series. Dover Publ, 2009.
- [15] Халил Х.К. Нелинейные системы. М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. 832 с.