Нейросетевой регулятор с блоком численного дифференцирования для адаптивного управления по выходу нелинейным динамическим объектом

А. Н. Никонов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

ant.nik.nik@mail.ru

Аннотация. **Предлагается решение в классе задачи управления нелинейными динамическими процессами по выходу в условиях недоступности детальной информации о модели движений. Используется подход на основе метода прямого адаптивного управления с эталонной моделью, нейросетевой реализацией нелинейного закона и задания целей с помощью функций макропеременных. За счет настройки коэффициентов нелинейного закона в одном темпе с управлением процессом обеспечивается адаптация как к параметрической, так и к функциональной неопределенности модели. Теоретическое обоснование возможности решения задачи адаптивного управления по выходу с помощью предложенной структуры регулятора вытекает из замены в аналитическом прототипе закона неизмеряемых величин оценками производных. Рассматривается пример синтеза адаптивной системы управления давлением, создаваемым компрессором.**

Ключевые слова: адаптивное управление; нейросетевой регулятор; нейронная сеть; управление по выходу; метод АКАР; нелинейная динамика

I. Введение

В промышленности огромное распространение получили типовые регуляторы динамических процессов, реализующих на практике линейные законы управления с помощью популярного ПИД-алгоритма. В то же время для управления процессами с существенными нелинейностями зачастую применяются решения, разрабатываемые индивидуально на основе детальных математических моделей процессов [1–9]. Методы, получившие наибольшую популярность в литературе, обладают неоспоримым преимуществом – возможность гарантировать достижение целей управления для весьма нетривиальных задач. Однако ценой является требование по наличию детальной математической модели процесса, в том числе моделей неопределенности, что не всегда является экономически оправданным.

В серии работ [9–11] исследовался подход к синтезу регуляторов состояния для класса нелинейных динамических объектов на основе методов прямого адаптивного управления с эталонной моделью, существенно снижающих требования к детализации априорных знаний о математической модели процесса. Необходимая для синтеза информация в пределе могла сводиться к знанию порядка, структуры и некоторых свойств функций из правых частей дифференциальных уравнений, описывающих динамику управляемого процесса. В настоящей работе предлагается способ расширения класса систем, для которых может быть применен данный подход, за счет решения регулятором задачи управления по выходу.

II. Постановка задачи

Рассматривается класс систем вида

$$\dot{x}_1 = f_1\left(x_1, x_2\right),\ \dot{x}_2 = f_2\left(x_1, x_2, x_3\right),$$

$$\dots$$

$$\dot{x}_n = f_n\left(x_1, x_2, \dots, x_n, u\right),\ y = h(x),\ u = u(y),$$

где x_i – переменная вектора состояния процесса, f_i – гладкая функция, имеющая ненулевую производную по последнему аргументу, u – сигнал управления, y – вектор измеряемых величин, $h(x)$ – обратимая и дифференцируемая функция. Цель управления задается функцией макропеременной $\psi(y)$, которая определяет желаемое многообразие в пространстве выходных координат системы. Выбор $\psi(y)$ осуществляется таким образом, чтобы из свойства $\psi(y) \to 0$ следовало, во-первых, выполнение цели управления, а во вторых – ограниченность значений компонент вектора x.

Задача состоит в синтезе регулятора $u(y)$, обеспечивающего приведение траекторий системы в окрестность желаемого многообразия ψ с последующей стабилизацией в этой окрестности. Дополнительное ограничение состоит в наличии только качественной информации о виде функций $f_i(\cdot)$, а также недоступности для измерения части вектора состояния. При этом в отношении системы делается ряд допущений, которые можно отнести к информации качественного характера:

- существование $n-i$ производных для каждой функции f_i,
- достижимость цели $\psi(y) \to 0$ с помощью ограниченного по уровню сигнала $u(y)$,
- отсутствие инверсии коэффициента усиления канала управления.

Решение задачи рассматривается в классе регуляторов с прямой адаптацией на основе эталонной модели и нелинейным законом, реализованным с помощью нейронной сети. Для такого решения необходимо рассмотреть два вопроса.

1. Сформулировать аналитический прототип нелинейного закона, демонстрирующий разрешимость задачи управления по выходу в условиях отсутствия части измерений.
2. Сформулировать структуру алгоритмов нейро-регулятора, реализующего аналитический прототип системы.

III. Разрешимость задачи синтеза закона управления

В качестве теоретического прототипа нелинейных законов выберем регуляторы, синтезируемые по методу АКАР на основе функций макропеременных ψ [5]. Такой закон обеспечивает минимизацию сопровождающего оптимизирующего функционала вида:

$$J=\int_0^{\infty} F\left(\psi^2,\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2,\ldots,\left(\frac{d^m\psi}{dt^m}\right)^2,T_1^2,\ldots,T_m^2\right)dt,$$

где ψ_s – функция цели, такая что: при $\psi \to 0$ следует выполнение цели управления; функция $\mathrm{F}(\cdot)$ и параметры T_s определяют динамику движения к цели ψ. Вид функции F зависит от конкретной решаемой задачи и определяет характер переходных процессов.

Согласно [5] минимум функционала достигается на устойчивых экстремалях, получаемых из уравнения Эйлера-Лагранжа. Например, для функций F, описывающих движение линейной системы в пространстве n координат, экстремаль может иметь вид:

$$\sum_{i=1}^{n} T_i \frac{d^n\psi}{dt^n}+\psi=0.$$

Отметим, что такая модель при подходящем выборе T_i описывает поведение линейной системы с единственной устойчивой стационарной точкой. Помимо устойчивости с помощью T_i задается форма переходного процесса в замкнутой системе.

Для определения аналитического вида закона $u(y)$, применим к описанному выше уравнению экстремали правило дифференцирования сложной функции для каждой производных ψ по времени:

$$\dot{\psi}=\frac{\partial\psi}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x_i}\dot{x}_i=\frac{\partial\psi}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x_i}f_i(\cdot)=$$

$$=\frac{\partial\psi}{\partial t}+F_1\left(x_1,x_2,\ldots,x_n,\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)$$

$$\ddot{\psi}=\frac{d\dot{\psi}}{dt}=\frac{\partial\dot{\psi}}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\dot{\psi}}{\partial x_i}\dot{x}_i=\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F_1}{\partial x_i}\dot{x}_i=$$

$$=\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F_1}{\partial x_i}f_i(\cdot)=\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+F_2\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right)$$

...

$$\frac{d^n\psi}{dt^n}=\frac{d}{dt}\left[\frac{d^{n-1}\psi}{dt^{n-1}}\right]=\frac{\partial^n\psi}{\partial t^n}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\frac{d^{n-1}\psi}{dt^{n-1}}}{\partial x_i}\dot{x}_i=$$

$$=\frac{\partial^n\psi}{\partial t^n}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F_{n-1}(\cdot)}{\partial x_i}f_i(x_1,\ldots,x_n,u)=$$

$$=\frac{\partial^n\psi}{\partial t^n}+F_n\left(x_1,x_2,\ldots,x_n,u\right)$$

Следует обратить внимание, что в результате итерационного раскрытия производных функции ψ, выражение для ошибки будет явно зависеть от функции u, что позволяет аналитически получить форму закона управления из уравнения экстремали.

Отметим, что одним из очевидных условий применения метода АКАР является существование и единственность функции полученного выражения. В противном случае он может оказаться локально или глобально нереализуемым с точки зрения физики, что выражается в необходимости приложения бесконечных управляющих воздействий.

Одним из недостатков полученного закона является необходимость измерения всего вектора состояния системы. Эта проблема может быть решена за счет построения наблюдателей состояния с различными схемами адаптации [5, 9]. Несомненным преимуществом такого подхода являются формализованные показатели сходимости процесса идентификации и управления, что дает понимание критических свойств будущей системы. К недостаткам можно отнести необходимость наличия детальной математической модели, а также повышенные требования к подсистеме измерений из-за взаимного влияния процессов идентификации и управления.

Рассмотрим альтернативный вариант получения аналитической функции управления при условии отсутствия части измерений. Для начала, выделим подмножество переменных x_k, значения которых могут быть получены из уравнения выхода $y=h(x)$ с помощью обратных функций h_k^{-1}. Таким образом, часть переменных могут быть восстановлены на основе выхода системы напрямую $x_k=h_k^{-1}(y)$.

Далее рассмотрим часть переменных, которые не входят в подмножество x_k. Их значения могут быть получены через производные измеряемых величин. Для иллюстрации рассмотрим неизмеряемую часть системы, заключенную между переменными, получаемыми по обратной функции h:

$$\dot{x}_k=f_k\left(x_1,\ldots,x_k,x_{k+1}\right)$$

$$\dot{x}_{k+1}=f_{k+1}\left(x_1,\ldots,x_k,x_{k+1},x_{k+2}\right)$$

$$\ldots$$

$$\dot{x}_m=f_{k+1}\left(x_1,\ldots,x_k,x_{k+1},\ldots,x_m,x_{m+1}\right)$$

где x_i с индексами $i\in[k+1,m]$ не могут быть восстановлены через функцию выхода h. Легко показать, что на основе данной части модели можно составить систему нелинейных уравнений относительно неизмеряемых переменных при условии существования и единственности обратных функций f_i:

$$x_{k+1}=f_k^{-1}\left(x_1,\ldots,x_k,\dot{x}_k\right),$$

$$x_{k+2} = f_{k+1}^{-1}\left(x_1,\ldots,x_k,x_{k+1},\dot{x}_{k+1}\right) =$$

$$= f_{k+1}^{-1}\left(x_1,\ldots,x_k, f_k^{-1}\left(x_1,\ldots,x_k,\dot{x}_k\right),\dot{x}_{k+1}\right)$$

В последнем уравнении $\dot{x}_{k+1}$ может быть раскрыто по правило дифференцирования сложной функции:

$$\dot{x}_{k+1} = \frac{d}{dt}\left(f_k^{-1}(\cdot)\right) = \sum_{i=1}^{k}\frac{\partial f_k^{-1}}{\partial x_i}\dot{x}_i + \frac{\partial f_k^{-1}}{\partial \dot{x}_k}\ddot{x}_k =$$
$$= D_{k+1}\left(x_1,\ldots,x_k,\dot{x}_k,\ddot{x}_k\right)$$

после чего переменную x_{k+2} можно будет вычислить с помощью выражения:

$$x_{k+2} = f_{k+1}^{-1}\left(x_1,\ldots,x_k, f_k^{-1}\left(x_1,\ldots,x_k,\dot{x}_k\right), D_{k+1}(\cdot)\right)$$

Аналогичную процедуру можно итерационно провести для остальных переменных из блока неизмеряемых величин. На основе этих выражений в аналитическом законе можно заменить вектор состояния на функции от выходных переменных и получить эквивалентный регулятор по выходу, в котором помимо измерительной информации будут использоваться численные оценки производных.

В качестве примера синтеза аналитического регулятора рассмотрим модель компрессионной системы, состоящей из камеры высокого давления, осевого компрессора и клапана травления. Модель описывает обширный класс компрессионных установок, обладающих богатым набором нелинейных явлений [12]:

$$\dot{\Phi} = C\left(\Psi_C\left(\Phi,J\right) - \Psi\right),$$

$$\dot{\Psi} = \frac{C}{4B^2}\left(\Phi - \gamma\sqrt{\Psi - \gamma_0}\right),$$

$$\dot{J} = J\rho\left(1 - \left(\frac{\Phi}{W} - 1\right)^2 - \frac{1}{4}J\right),$$

где переменные Φ, J характеризуют поток через компрессор; переменная Ψ – давление в камере; C, B, W, ρ – обобщённые параметры системы; γ – управляющий параметр клапана травления, γ_0 – зона нечувствительности; Ψ_C – характеристика компрессора, имеющая кубический вид [12]:

$$\Psi_C = \Psi_{C0} + H\left(1 + \frac{3}{2}\left(\frac{\Phi}{W} - 1\right)\left(1 - \frac{1}{2}J\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi}{W} - 1\right)^3\right)$$

Для управления компрессором оператор задает желаемый уровень потока, которому соответствует некоторое стационарное состояние давления. В этом случае выходной переменной является воздушный поток Φ, а цель управления состоит в поддержании его заданного уровня:

$$y_1 = \Phi,\ y_2 = \Psi,\ \psi = y_1 - y_{target}.$$

При этом исходя из характеристики $\Psi_C\left(\Phi,J\right)$ каждому значению Φ_{target} соответствует некоторое единственное установившееся значение Ψ_{target}. Замена прямого задания Ψ_{target} на Φ_{target} позволяет избежать вопроса существования управления.

Для стабилизации системы в заданной точке выберем экстремаль вида:

$$\ddot{\psi} + \dot{\psi} + \psi = 0.$$

Так как данная система линейна и устойчива, значение функции $\psi(t)$ будет стремиться к нулю.

Для вывода функции управления необходимо раскрыть зависимость $\ddot{\psi}$ от сигнала управления, используя правило дифференцирования сложной функции и исходные уравнения объекта:

$$\ddot{\psi} = \ddot{\Phi} = \frac{\partial\dot{\Phi}}{\partial\Psi}\dot{\Psi} + \frac{\partial\dot{\Phi}}{\partial\Phi}\dot{\Phi} + \frac{\partial\dot{\Phi}}{\partial J}\dot{J} = -C\dot{\Psi} + F\left(\Psi,\Phi,J\right) =$$

$$= -\frac{C^2}{4B^2}\left(\Phi - \gamma\sqrt{\Psi - \gamma_0}\right) + F\left(\Psi,\Phi,J\right),$$

где в функцию $F(\cdot)$ собраны компоненты, не связанные с каналом управления $\dot{\Psi}$. Подставив полученное выражение в уравнение экстремали можно получить аналитический закон управления *по состоянию*:

$$-\frac{C^2}{4B^2}\left(\Phi - \gamma\sqrt{\Psi - \gamma_0}\right) + F\left(\Psi,\Phi,J\right) + \dot{\psi} + \psi = 0 \rightarrow.$$

$$\rightarrow \gamma = \frac{y_1 - \dfrac{4B^2}{C}\left(\dot{\psi} + \psi + F\left(y_1,y_2,J\right)\right)}{\sqrt{y_2 - \gamma_0}}.$$

В данном законе неизмеряемой величиной является J (мода вращения потока), в более общем случае их может быть несколько, что затрудняет использование полученного результата. Воспользуемся приёмом с заменой неизмеряемой величины выражением от производных, описанным выше. Величина J может быть выражена через уравнение для $\Psi_C(\Phi,J)$ и $\dot{\Phi}$:

$$J = 2 + \frac{4}{3\left(\dfrac{\Phi}{W} - 1\right)}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi}{W} - 1\right)^3 - \Psi_C\left(\Phi,J\right)\right) =$$

$$= 2 + \frac{4}{3\left(\dfrac{y_1}{W} - 1\right)}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{y_1}{W} - 1\right)^3 - \frac{1}{H}\left(\frac{\dot{y}_1}{C} + y_2 - \Psi_{C0}\right)\right)$$

Подставив полученное выражение в закон управления, получаем аналитическую функцию, которая зависит только от измеряемых величин y и их производных по времени, оценки которых могут быть получены численно в процессе управления объектом. На рис. 1 представлены результаты моделирования замкнутой системы с нелинейным законом.

К недостаткам аналитического решения можно отнести необходимость задания характеристик клапана травления и компрессора, а также зависимость последнего от моды вращения потока. Кроме того, для восстановления амплитуды первой моды колебаний необходима информация о параметрах разложения формы осевых вращений в ряд Фурье.

Для преодоления данных трудностей может быть использовано унифицированное решение на базе нейросетевого регулятора.

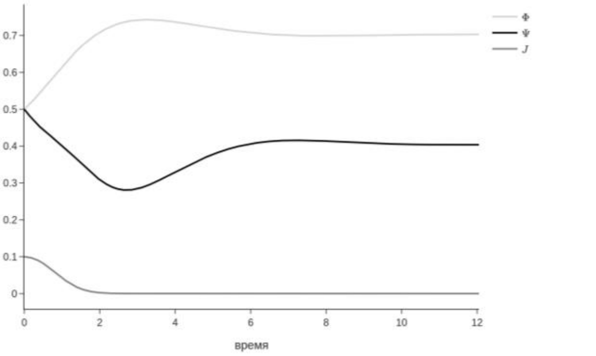

Рис. 1. График переходных процессов Φ, Ψ и J в замкнутой системе с аналитическим регулятором

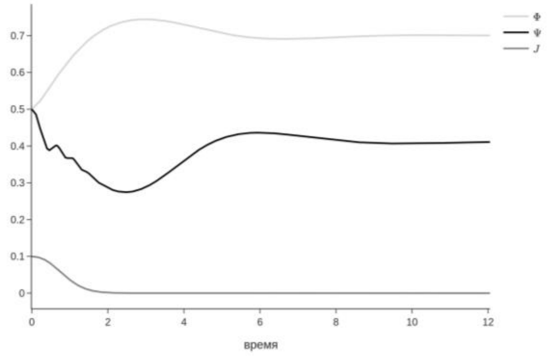

Рис. 2. Графики переходных процессов в замкнутой системе с нейросетевым регулятором

IV. Структура нейросетевого регулятора

Для синтеза адаптивного регулятора на базе искусственной нейронной сети используется функциональная структура, описанная в работе [10]. Её эквивалент в форме системы дифференциальных и алгебраических уравнений может быть представлен в следующем виде:

$$u = U(x,w),\ \dot{w} = A_r(x,w,c,\sigma_r),\ \sigma_r = \phi(\psi,\dot{\psi},\ldots,c),$$

$$\psi = \psi(x,c),\ w(0) = w_0,$$

где u – сигнал управления; x – измеряемый вектор состояния; $U(x,w)$ – универсальная аппроксимация функции управления; w – вектор коэффициентов аппроксиматора; $A_a(\cdot)$ – алгоритм настройки коэффициентов; c – вектор параметров регулятора; σ_r – обобщенная ошибка обучения; ϕ – модель движения к целевому многообразию; ψ – целевая функция; w_0 – начальные условия алгоритма обучения.

В качестве аппроксиматора используется многослойная нейронная сеть с одним скрытым слоем, алгоритм обучения формируется по методу обратного распространения ошибки. Ошибка вычисляется на основе выражения для экстремали сопровождающего функционала, используемого в аналитическом прототипе регулятора. Таким образом, при обеспечении ошибки обучения σ близкой к нулю нейронная сеть будет воспроизводить закон управления в соответствии с аналитическим прототипом, а значит – могут быть переиспользованы результаты предыдущего раздела в части замены переменных вектора состояния на функции выхода системы. При этом не требуется нахождение конкретных зависимостей неизмеряемых величин от функций выхода, достаточно выполнения условий разрешимости такой замены.

Особенностью нейросетевого регулятора является то, что его работа основываться только на информации качественного характера о порядке системы, доступных измерениях и их производных. С учетом того, что в аналитическом прототипе закона не использовалась переменная J, а её значение вычислялось с помощью Φ, Ψ и $\dot{\Phi}$, входами регулятора в данном случае будут только эти три сигнала.

График переходного процесса замкнутой системы с компрессором представлен на рис. 2. Из него можно заметить, что нейросетевой регулятор, как и любая адаптивная система в начальный момент работы, производит подстройку нелинейного закона под поведение управляемого объекта, после этого результат работы неотличим от аналитического решения.

V. Заключение

Рассмотренный в работе нейросетевой регулятор может найти свое применение в задачах, где синтез аналитического прототипа либо невозможен, либо экономически не оправдан из-за необходимости построения точной математической модели процесса.

Список литературы

[1] Полушин И.Г., Фрадков А.Л., Хилл Д.Д. Пассивность и пассификация нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2000. Т.61, №3. С. 3–37.

[2] Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. Nonlinear and adaptive control design. N.Y.: Wiley, 1995. 563 p.

[3] Isidori A. Nonlinear control systems. N.Y.: Springer, 1995. 549 p.

[4] Душин С.Е., Красов А.В., Кузьмин Н.Н., Яковлев В.Б. Синтез структурно-сложных нелинейных систем управления. Системы с полиномиальными нелинейностями. СПб.: СПбГЭТУ, 2004. 371 с.

[5] Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994. 344 с.

[6] Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

[7] Востриков А.С. Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: НГТУ, 2007. 251 с.

[8] Khalil K.H. Nonlinear systems. Third edition. New-Jersey: Prentice Hall, 2002. 750 p.

[9] Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. 384 с.

[10] Терехов В.А., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю. Нейросетевые системы управления. Кн. 8. / Под общ. ред. А.И. Галушкина. М.: ИПРЖР, 2002. 480 с.

[11] Никонов А.Н., Терехов В.А. О проблеме начальных условий в управляемых системах с нелинейной динамикой и особенностями канала управления // Мехатроника, автоматизация, управление, №2, 2012. С.2-10.

[12] Hos C., Champneys A., Kullmann L. Bifurcation Analysis of Surge and Rotating Stall in the Moore-Greitzer Compression System // IMA Journal of Applied Mathematics. 2003. Vol. 68, №2. P. 205–228.