Методика проектирования распределенных самонастраивающихся систем управления

И. М. Першин[1,3], В. А. Носова[2], В. В. Цаплева[3]
[1] *Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)*
[2] *Санкт-Петербургский горный университет*
[3] *Пятигорский институт (филиал) Северо-Кавказского федерального университета*
E-mail: ivmp@yandex.ru

Аннотация. **В статье рассматривается методика синтеза адаптивных распределенных систем управления. По характеру изменений в управляющем устройстве, рассматриваемые в статье системы относятся к классу самонастраивающихся (осуществляется параметрическая адаптация – коэффициенты распределенных регуляторов подстраиваются под изменение окружающей среды). Разработана структура и исследованы характеристики модифицированного распределенного регулятора, используемого в адаптивных системах. Эффективность методики синтеза адаптивных распределенных систем подтверждена результатами моделирования.**

Ключевые слова: распределенные адаптивные системы; самонастраивающиеся распределенные регуляторы; методика синтеза распределенных адаптивных систем; модифицированные распределенные регуляторы

I. Введение

Процессы, протекающие в окружающей нас среде, неразрывно связаны с пространственными координатами. Системный анализ таких (распределенных) процессов активно развивается с семидесятых годов прошлого века. Математические модели рассматриваемых процессов описываются уравнениями в частных производных. Решение задач анализа и синтеза систем управления различными (распределенными) технологическими процессами рассмотрено во множестве статей ([1, 2] и др.). В большинстве статей, по рассматриваемому направлению, решаются задачи управления линейными распределенными объектами. В практике, параметры математических моделей распределенных объектов (например, коэффициенты температуропроводности и теплопроводности воздуха зависят от фазовых переменных).

II. Исследование объекта управления

В качестве примера рассмотрим математическую модель теплового процесса в нагревательной камере, приведенной на рис. 1.

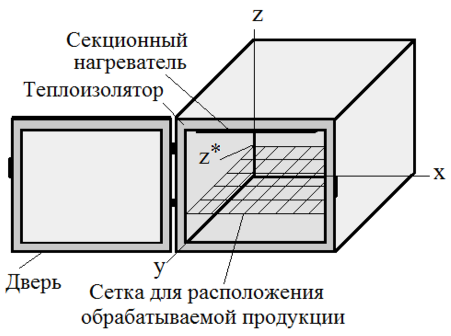

Рис. 1. Нагревательная камера

$$\frac{\partial T(x,y,z,\tau)}{\partial \tau} = a\cdot\left(\frac{\partial^2 T(x,y,z,\tau)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T(x,y,z,\tau)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T(x,y,z,\tau)}{\partial z^2}\right),$$
$$0<x<X_L,\ 0<y<Y_L,\ 0<z<Z_L.$$
Граничные и начальные условия:
$$\partial T(0,y,z,\tau)/\partial x = \partial T(x,0,z,\tau)/\partial y = T(X_L,y,z,\tau) =$$
$$= \partial T(x,y,0,\tau)/\partial z = T(x,y,Z_L,\tau)/\partial z = 0,$$
$$\lambda\cdot\partial T(x,y,Z_L,\tau)/\partial z = U(x,y,\tau),\ T(x,Y_L,z,\tau)=0,$$
$$T(x,y,z,0)=0,\ 0<x<X_L,\ 0<y<Y_L,\ 0<z<Z_L. \qquad (1)$$

где: $T(x,y,z,\tau)$ – фазовая переменная; x, y, z, – пространственные координаты; a – коэффициент температуропроводности; XL, YL, ZL – заданные значения (внутренние размеры камеры);
λ – коэффициент теплопроводности, τ – время; $U(x,y,\tau)$ – входное воздействие (тепловой поток секционного нагревателя); T(x,y,z*,τ) – функция выхода (z* – заданное значение (0<z*<ZL)).

В табл. 1 приведены соответствующие значения изменения параметров рассматриваемого процесса, при изменении температуры [3].

ТАБЛИЦА I. Изменение параметров рассматриваемого процесса

T, ^{0}C	**200**	**400**	**600**	**800**
i	1	2	3	4
a_i, м^2/с	0,0000514	0,000093	0,0001383	0,0001888
Вт/(м*град)	0,0393	0,0521	0,0622	0,071

Аппроксимация параметров модели объекта

В рассматриваемом случае аппроксимацию параметров объекта будем осуществлять с помощью линейных функций. В результате вычислений получены следующие аппроксимирующие функции:

a=0.00000023·T+0.0000056, λ=0.00005283·T+0.028733,

где T – фазовая переменная (температура в 0 C).

Геометрические размеры камеры заданы в виде: XL=1.5 м.; YL=1м.; ZL=0.5м.; z*=0,2 м. Датчика измерения температуры располагаются внутри камеры на плоскости {x, y, z=0.35м.}

В соответствии с граничными условиями объекта (1), пространственные моды входного воздействия [4, 5] могут быть сформированы в виде:

$$U(x,y,\tau)=\sum_{\eta,\gamma=1}^{\infty} A_{\eta,\gamma}(\tau)\cdot\cos(\psi_\eta\cdot x)\cdot\cos(\widehat{\psi}_\gamma\cdot y),\ 0<\mathrm{x}<\mathrm{X_L},0<\mathrm{y}<\mathrm{Y_L},$$

$$\psi_\eta=\pi\cdot\eta/X_L\ \widehat{\psi}_\gamma=\pi\cdot(\gamma-0.5)/Y_L,\ G_{\eta,\gamma}=\psi_\eta^{\ 2}+\widehat{\psi}_\gamma^{\ 2}.$$

Выберем две пространственные моды, для которых определим значения обобщенных координат:

$G_{1,1}=(\pi\cdot1/1.5)^2+(\pi\cdot(1-0.5)/1)^2=6.8539$; $G_{2,2}=(\pi\cdot2/1.5)^2+(\pi\cdot(2-0.5)/1)^2=39.7525$.

Методика определения параметров аппроксимирующих звеньев распадается на следующие этапы [6–8]:

1. Определение статических и динамических характеристик объекта, для различных значений параметров процесса (табл. 1). Линейная аппроксимация рассматриваемых характеристик объекта записывается в виде: $a=0.00000023\cdot T+0.0000056$; $\lambda=0.00005283\cdot T+0.028733$.

Была составлена дискретная модель рассматриваемого объекта, при этом шаги дискретизации по пространственным координатам выбраны в виде: $\Delta x=X\ L\ /15$; $\Delta y=Y\ L\ /10$; $\Delta z\rightarrow Z\ L\ /10$. Полагая: T=200, по результатам моделирования построены графики изменения, коэффициента усиления по выбранным пространственным модам, для заданной точки камеры ($x=3\cdot\Delta x$, $y=3\cdot\Delta y$, $z=6\cdot\Delta z$), приведенные на рис. 2, рис. 3, и графики реакции объекта (для выбранной пространственной точки) на гармоническое входное воздействие:

$$U\,(x,y,\tau)=40\cdot\sin(\psi_1\cdot x)\cdot\sin(\widehat{\psi}_1\cdot y)\cdot(1+0.3\cdot\sin(\omega\cdot\tau)),$$

$\omega=0.001\ 1/\textit{сек}.$

(рис. 4).

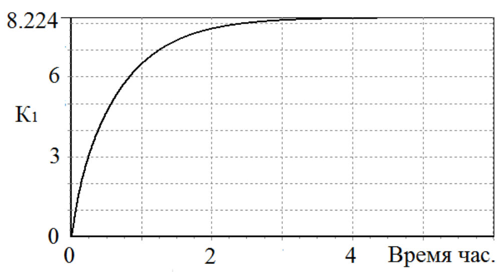

Рис. 2. График изменения K1 для G11

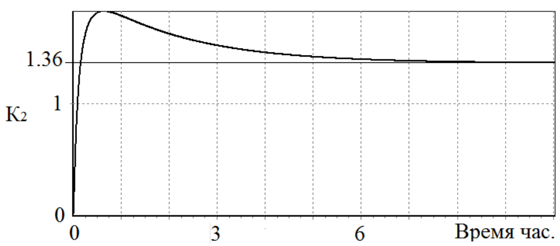

Рис. 3. График изменения K2 для G2,2

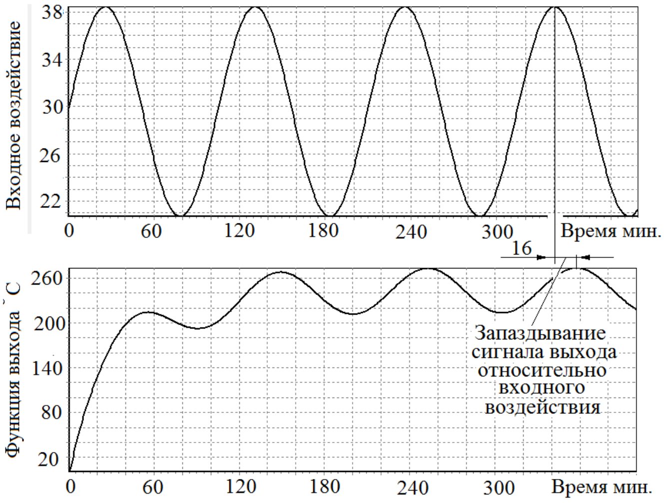

Рис. 4. Графики переходных процессов для G11

Значение сдвига по фазе функции выхода относительно входного воздействия: $\Delta\varphi11=-2\pi\cdot16/104.7=-0.960$.

(Графики, приведенные на рис. 2, рис. 3 и рис. 4 могут быть получены с использованием экспериментальных исследований на объекте управления.)

2. Определение параметров аппроксимирующего звена.

В рассматриваемом случае будем использовать звено вида [4]:

$$W_{a,\eta,\gamma}(s)=\frac{K}{\beta_{\eta,\gamma}}\cdot\exp\left(-\beta_{\eta,\gamma}\cdot\Delta\mathrm{D}\right);\ \beta_{\eta,\gamma}=\left(\frac{s}{a}+G_{\eta,\gamma}\right)^{1/2},\eta,\gamma=1...\infty. \qquad (2)$$

Методика определения параметров рассматриваемого звена [4] и распадается на следующие этапы:

1. Определим значения К и ΔD для рассматриваемого аппроксимирующего звена. Приравнивая статический коэффициент усиления звена (2) к статическим коэффициентам усиления по выбранным пространственным модам, получим:

$$\begin{cases} K_1=\dfrac{K}{\beta_{1,1}}\cdot\exp\left(-\beta_{1,1}\cdot\Delta\mathrm{D}\right),\ \ \beta_{1,1}=(G_{1,1})^{0.5} \\ K_2=\dfrac{K}{\beta_{2,2}}\cdot\exp\left(-\beta_{2,2}\cdot\Delta D\right),\ \ \beta_{2,2}=(G_{2,2})^{0.5}, \end{cases}$$

Подставляя значения K1, K3, G1,1, G2,2 в полученную систему и решая, придем к следующему результату: K= 41.397, ΔD= 0.2497.

2. Полагая в (2) s=jω (ω=0.001 1/сек.), запишем соотношение для определения фазы звена (2):

$$\varphi=-\Delta\mathrm{D}\cdot\mathrm{Im}(\beta_{1,1,i})-\arctan(\omega/(a\cdot(\mathrm{G}_{1,1})).$$

Вычислим значение параметра a, для которого выполняется условие φ= Δφ1,1. По результатам вычислений получено: a =0.0000881.

3. Передаточная функция аппроксимирующего звена (Wa,i), записанная с использованием обобщенной координаты [3, 4] (при T=200 ºC.), имеет вид:

$$W_{a,1}(\mathrm{G},s) = \frac{41.396}{\beta_1(G,s)}\cdot \exp\left(-\beta_1(G,s)\cdot 0.2497\right);$$
$$\beta_1(G,s) = \left(\frac{s}{0.0000881}+G\right)^{1/2},\ G_{1,1}\le G\le\infty. \tag{3}$$

Общие замечания к синтезу распределенных регуляторов

В практике большое распространение получили распределенные регуляторы, реализующие пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) закон управления [1, 2]. Рассмотрим структуры двух видов распределенных регуляторов, реализующих ПИД закон управления:

$$\mathrm{R(x,y,s)} = E_1\cdot\left[\frac{\mathrm{n}_1-1}{\mathrm{n}_1}-\frac{1}{\mathrm{n}_1}\cdot\nabla^2\right]+E_2\cdot\left[\frac{\mathrm{n}_2-1}{\mathrm{n}_2}-\frac{1}{\mathrm{n}_2}\cdot\nabla^2\right]s+$$
$$+E_4\cdot\left[\frac{\mathrm{n}_4-1}{\mathrm{n}_4}-\frac{1}{\mathrm{n}_4}\cdot\nabla^2\right],$$

модифицированный распределенный регулятор

$$\mathrm{R_m}(x,y,s) = E_1\cdot\left[\frac{n_1-1}{n_1}-\frac{1}{n_1}\cdot\nabla^2\right]\cdot$$
$$\cdot\left[1+E_2\cdot\left[\frac{n_2-1}{n_2}-\frac{1}{n_2}\cdot\nabla^2\right]\cdot s+E_4\cdot\left[\frac{n_4-1}{n_4}-\frac{1}{n_4}\cdot\nabla^2\right]\right], \tag{4}$$

где: Ei,ni (i=1,2,4)– параметры, значения которых определяются с использованием процедуры синтеза.

Записывая передаточные функции регуляторов (4) с использованием обобщенной координаты G [1], получим:

Распределенный регулятор, реализующий ПИД закон управления

$$\mathrm{R(G,s)} = E_1\cdot\left[\frac{\mathrm{n}_1-1}{\mathrm{n}_1}+\frac{1}{\mathrm{n}_1}\cdot G\right]+E_2\cdot\left[\frac{\mathrm{n}_2-1}{\mathrm{n}_2}+\frac{1}{\mathrm{n}_2}\cdot G\right]\cdot s+$$
$$+E_4\cdot\left[\frac{\mathrm{n}_4-1}{\mathrm{n}_4}+\frac{1}{\mathrm{n}_4}\cdot G\right]/s\ .$$

Модифицированный распределенный регулятор

$$\mathrm{R_m}(G,s) = E_1\cdot\left[\frac{n_1-1}{n_1}+\frac{1}{n_1}\cdot G\right]\cdot$$
$$\cdot\left[1+E_2\cdot\left[\frac{n_2-1}{n_2}+\frac{1}{n_2}\cdot G\right]\cdot s+E_4\cdot\left[\frac{n_4-1}{n_4}+\frac{1}{n_4}\cdot G\right]/s\right]$$

На рис. 5 приведены амплитудные характеристики рассматриваемых регуляторов.

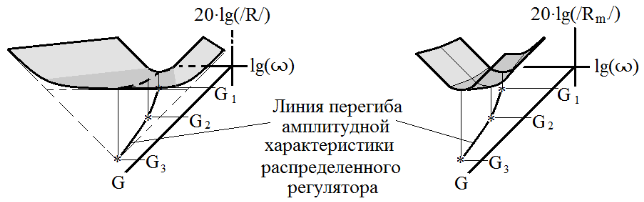

Рис. 5. Амплитудные характеристики регуляторов

На рис. 5 показано, что амплитудные частотные характеристики R(G,s), при увеличении G «расходятся», что приводит к изменению динамических характеристик по пространственным модам. Амплитудные частотные характеристики Rm(G,s) при увеличении G «остаются постоянными» (изменяется только коэффициент усиления пространственно-усилительного звена). На рис. 5 показана линия перегиба распределенных регуляторов. Для ω принадлежащих линии перегиба, фазовый сдвиг рассматриваемых распределенных регуляторов будет равен нулю.

Синтез модифицированного распределенного регулятора

Методику синтеза рассмотрим на примере синтеза распределенного регулятора для системы управлением объекта (3).

Постановка задачи: для системы управления объектом, передаточная функция которого задана в виде (3), синтезировать модифицированный распределенный регулятор (4), при этом на запасы устойчивости разомкнутой системы (Δφ(G) и на параметр Δ наложены ограничения: Δφ(G)≥π/5; Δ=lg(5).

Методика синтеза распадается на следующие этапы:

1. Определение параметров пространственно-усилительного звена.

1.1. Подставляя s=jω в (запишем фазовую характеристику объекта управления

$$-\pi+\Delta\varphi = -arctg(\mathrm{Im}(W_{a,1}(G,j\omega))/\mathrm{Re}(W_{a,1}(G,j\omega)))$$

Полагая: Δφ=π/4, для G=G1,1, G=G2,2 определим желаемые точки среза модуля разомкнутой системы ω= ω1,1 ω=ω2,2 и модули объекта управления для вычисленных частот:

$$M(G_{\mathrm{i,i}},j\omega_{i,i}) = ((\mathrm{Im}(W_{a,1}(G_{i,i},j\omega_{i,i})))^2+$$
$$(\mathrm{Re}(W_{a,1}(G_{i,i},j\omega_{i,i})))^2)^{0.5}\ \ i=1,2.$$

Вычислим коэффициенты усиления регулятора в рассматриваемых точках:

$$\bar{M}_{1,1} = (M(G_{1,1},j\omega_{1,1}))^{-1},\ \bar{M}_{2,2} = (M(G_{2,2},j\omega_{2,2}))^{-1}.$$

Решая приведенную ниже систему, определим параметры пространственно-усилительного звена (n_1,E_1)

(при этом на значение n1 накладывается ограничение n1≥1 [1]):

$$\begin{cases} \bar{M}_{1,1} = E_1\left[\dfrac{n_1-1}{n_{1,}}+\dfrac{G_{1,1}}{n_1}\right], \\ \bar{M}_{2,2} = E_1\left[\dfrac{n_1-1}{n_1}+\dfrac{G_{2,2}}{n_1}\right] \end{cases}$$

2. Определение параметров динамических звеньев модифицированного регулятора (4):

$$\mathrm{W}_d\left(G,s\right)=\begin{bmatrix} 1+E_2\cdot\left[\dfrac{n_2-1}{n_2}+\dfrac{1}{n_2}\cdot G\right]\cdot s+ \\ E_4\cdot\left[\dfrac{n_4-1}{n_4}+\dfrac{1}{n_4}\cdot G\right]\cdot 1/s \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

Полагая s=jω, определим амплитудную (M) и фазовую (φ) частотные характеристики звена (5):

$$M\left(G,\omega\right)=\left[\left(\frac{K_2\left(G\right)\cdot\omega^2-K_4\left(G\right)}{\omega}\right)^2+1\right]^{1/2},$$

$$\varphi\left(G,\omega\right)=arctg\left(\frac{K_2\left(G\right)\cdot\omega^2-K_4\left(G\right)}{\omega}\right), \qquad (6)$$

$$K_j(G)=E_j\left[\frac{n_j-1}{n_j}+\frac{1}{n_j}G\right],\left(j=2,4\right).$$

Минимальное значение модуля, равное единице, будет при

$$K_2\left(G\right)\cdot\omega^2-K_4\left(G\right)=0. \qquad (7)$$

Преобразуем (7), получим:

$$\lg(\omega^2)=\lg(K_4\left(G\right))-\lg(K_2\left(G\right)),$$

Подставляя $\omega_{1,1},\omega_{2,2}$, $G_{1,1}$, $G_{2,2}$ *и преобразуя, получим*:

$$\begin{cases} \lg(\omega_{1,1}^2)=\lg(E_4\cdot\left[\dfrac{n_4-1}{n_4}+\dfrac{1}{n_4}G_{1,1}\right])- \\ \lg(E_2\cdot\left[\dfrac{n_2-1}{n_2}+\dfrac{1}{n_2}G_{1,1}\right]) \\ \lg(\omega_{2,2}^2)=\lg(E_4\cdot\left[\dfrac{n_4-1}{n_4}+\dfrac{1}{n_4}G_{2,2}\right])- \\ \lg(E_2\cdot\left[\dfrac{n_2-1}{n_2}+\dfrac{1}{n_2}G_{2,2}\right]) \end{cases}.$$

На изменение значений n4, n2 наложены [3, 4] ограничения: n4≥1, n2≥1.

Взаимосвязь параметров рассматриваемых звеньев с параметром Δ приведена в [2]:

$$\lg((\omega_{11}\cdot)^2)=\lg(1/(E_2\cdot\left[\frac{n_2-1}{n_2}+\frac{1}{n_2}G_{11}\right]))-\lg((10^{\Delta})^2),$$
$$\lg(\omega_{22}^2)=\lg(E_4\cdot\left[\frac{n_4-1}{n_4}+\frac{1}{n_4}G_{11}\right])+\lg((10^{\Delta})^2). \qquad (8)$$

Подставляя исходные данные: K=41.397: G1,1=6.8539; G2,2=39.7525; D=0.2497; a= 0.0000881

Δ=lg(5) в методику синтеза, получим:

E1= 1.463896, n1= 24.35775, n2= ∞, E2= 88.8028, n4= 35.8225, E4= 0.001644.

По результатам моделирования построен график переходного процесса, приведенный на рис. 6.

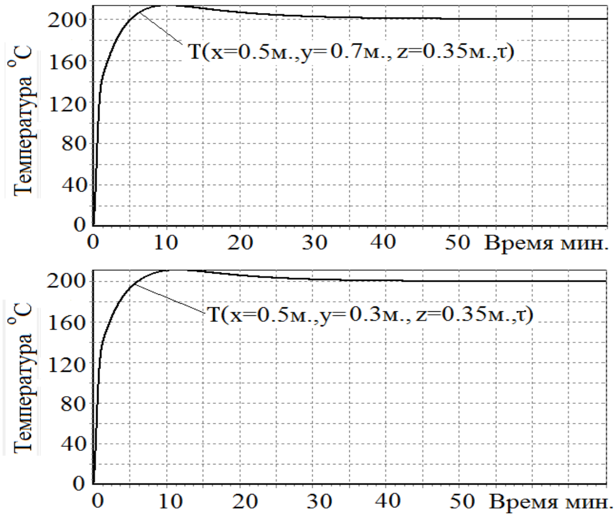

Рис. 6. Графики переходного процесса

Используя линейную аппроксимацию физических параметров объекта (a=0.00000023·T+0.0000056; λ=0.00005283·T+0.028733) и методику, приведенную выше, были получены значения параметров аппроксимирующей модели для различных температур (табл. 2).

ТАБЛИЦА II. ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАССМАТРИВАЕМОГО ПРОЦЕССА

T, °C	200	400	600	800
i	1	2	3	4
a_i, м²/с	0,0000514	0,000093	0,0001383	0,0001888
Вт/(м*град)	0,0393	0,0521	0,0622	0,071
Результаты моделирования				
$K_{1,1,i}$	8.224	6.481	5.348	4.552
$K_{2,2,,i}$	1.36	1.072	0.884	0.7525
$\Delta\varphi_{1,1,i}$	-0.960	-0.684	-0.526	-0.483
Параметры аппроксимирующей модели				
K_i	41.397	32.617285	26.928	22.91841
ΔD_i	0.2497	0.249641	0.249824	0.24979
a_i	0.0000881	0.0001475	0.000207	0.000229
Параметры модифицированных распределенных регуляторов				
E_1	1.463896	1.8585	2.2489	2.64288
n_1	24.35775	24.375	24.3218	24.3319
E_2	88.8028	53.019458	37.827	34.18499
n_2	∞	∞	∞	∞
E_4	0.001644	0.00275	0.003858	0.004269
n_4	35.8225	35.8398	35.787	35.797

Используя полученные параметры аппроксимирующей модели, были синтезированы модифицированные распределенные регуляторы (параметры модифицированных распределенных регуляторов приведены в табл. 2).

Запишем параметры E1,i, E2,i, E4,i в виде аппроксимирующих функций:

E1(T)= 1.07090133+0.00196497·T; E4(T)= 0.000769+0.000004375·T;

E2(T)= 122.074155 ·exp(-0.001591·T),

(при этом полагаем, что: n1,i=24.32; n2,i=∞; n4,i=35.81).

Передаточная функция модифицированного адаптивного регулятора, работающего в заданном диапазоне температур (200≤T≤800 ºC), записывается в виде:

$$\mathrm{R_m}\left(x,y,s\right)=E_1(T)\cdot\left[\frac{23.32}{24.32}-\frac{1}{24.32}\cdot\nabla^2\right]\cdot$$
$$\cdot\left[1+E_2(T)\cdot\left[\nabla^2\right]\cdot s+E_4(T)\cdot\left[\frac{34.81}{35.81}-\frac{1}{35.81}\cdot\nabla^2\right]\right].$$

Моделирование работы замкнутой системы управления

Математическая модель объекты управления, с учетом аппроксимации параметров, может быть представлена в виде:

$$\frac{\partial T(\mathrm{x,y,z},\tau)}{\partial\tau}=a(T)\cdot\left(\frac{\partial^2T(\mathrm{x,y,z},\tau)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2T(\mathrm{x,y,z},\tau)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2T(\mathrm{x,y,z},\tau)}{\partial z^2}\right),$$

$$\mathrm{a=0.00000023\cdot T(x^*,y^*,z^*,}\tau\mathrm{)+0.0000056},$$

$$0<\mathrm{x}<\mathrm{X_L},0<\mathrm{y}<\mathrm{Y_L},0<\mathrm{z}<\mathrm{Z_L},$$

Граничные и начальные условия:

$$T\left(0,y,z,\tau\right)=T\left(x,0,z,\tau\right)=T\left(X_L,y,z,\tau\right)=T\left(x,Y_L,z,\tau\right)=0,$$
$$\lambda\cdot\partial T\left(x,y,\mathrm{Z_L},\tau\right)/\partial\mathrm{z}=U\left(x,y,\tau\right),$$
$$\lambda=0.00005283\cdot\mathrm{T(x^*,y^*,z^*,}\tau)+0.028733,$$
$$\frac{\partial T\left(x,y,0,\tau\right)}{\partial\mathrm{z}}=0,\;\;T\left(x,y,z,0\right)=0.$$

При моделировании, для вычисления параметров аппроксимирующих функций объекта (a(T), λ(T)) и параметров регулятора, используют измерения температуры в выбранной точке, например T=T(x*, y*,z*,τ) (x*,y*,z*-заданные значения. В рассматриваемом случае x*=0.5м., y*=0.3м., z*=0.35м.), a=0.00000023·T+0.0000056, λ=0.00005283·T+0.028733.

Структурная схема системы управления приведена на рис. 7.

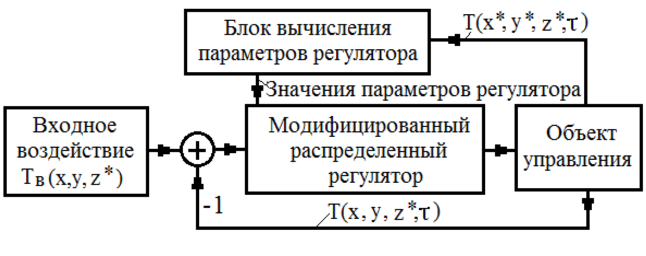

Рис. 7. Структурная схема адаптивной распределенной системы управления

По результатам моделирования замкнутой системы управления построены графики переходных процессов (при входном воздействии TB(x,y,z*)=700 ºC), приведенные на рис. 8.

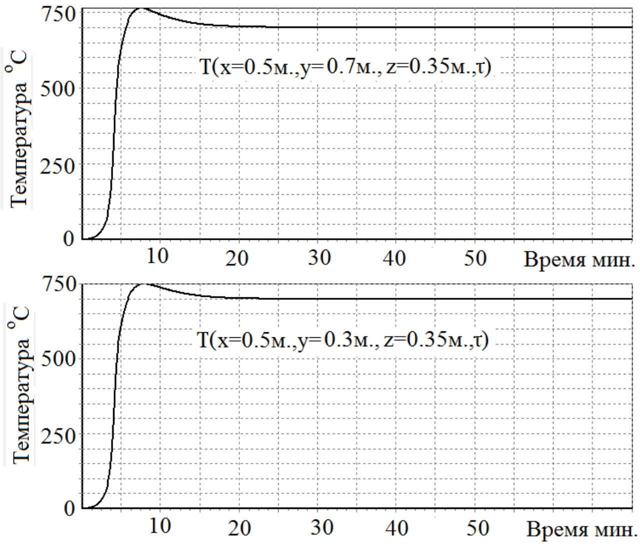

Рис. 8. Графики переходных процессов

III. Заключение

Как показывают графики рис.8, синтезированный регулятор достаточно эффективно управляет рассматриваемым процессом, при изменении фазовой переменной в большом диапазоне температур. Используя приведенную выше методику, может быть синтезирован распределенный адаптивный регулятор для системы управления процессом, параметры которого изменяются, при изменении фазовой переменной.

Список литературы

[1] Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.:Научный мир. 2012. 476 с.

[2] Першин И.М. Проектирование распределенных систем. Теория и практика. Всероссийская научная конференция "Системный синтез и прикладная синергетика - 2022". 2022. 167 с.

[3] Богданов С.Н., Бурцев С.И., Иванов О.П., Куприянова А.В. Холодильная техника. Кондиционирование воздуха. Свойства веществ: Справ. / Под ред. С.Н. Богданова. 4-е изд., перераб. и доп. СПб.: СПбГАХПТ, 1999. 320 с.

[4] Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И. Аппроксимационные модели передаточных функций распределенных объектов // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 7 (168). С. 126-138.

[5] Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И. Методы аппроксимации передаточных функций распределенных объектов // Системный синтез и прикладная синергетика: Сборник научных трудов VII Всероссийской научной конференции. 2015. С. 106-11.