

Математическое моделирование системы автоматического управления пластовым давлением в газовой залежи

А. В. Плотников¹, Д. А. Первухин¹, В. Е. Трушников¹, М. Ю. Шестопалов²

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

apvitarlaeda@gmail.com

Аннотация. В статье залежь природного газа рассмотрена как объект с распределёнными параметрами. Приведено математическое моделирование процесса истощения газовой залежи с учетом пространственного распределения параметров. Представлена схема автоматической системы управления пластовым давлением в залежи. Проведён синтез регулятора. Представлены результаты моделирования замкнутой систем управления.

Ключевые слова: математическое моделирование, автоматическое управление, добыча газа

I. ВВЕДЕНИЕ

Добыча минеральных ресурсов имеет крайне высокое значение для мировой экономики, так как лежит в основе всей современной промышленности. Постоянно разрабатываются новые, как технические [1], так и экономические [2] методы для увеличения эффективности добычи. Также постоянно совершенствуются и технологии производственных процессов [3, 4]. Большое внимание уделяется исследованием по снижению экологической опасности производств и промыслов [5]. Для увеличения эффективности производств и промыслов широко применяются методы системного анализа и автоматического управления [6–8].

Технологиям, повышающим эффективность углеводородной отрасли, уделяется особое значение [9]. Углеводороды являются одним из важнейших типов минеральных ресурсов, так как целые отрасли промышленности [10] по большей части полагаются на их продукты. Некоторые отрасли, такие как энергетическая, топливная и химическая, особенно сильно зависят от углеводородов, в частности от природного газа. Природный газ в недрах встречается в газообразном, жидком и твердом состояниях. В данной работе рассматриваются именно газовые залежи в пористом коллекторе. Такие залежи представляют единый пласт пористой породы, в порах которой залегают газ. Сверху залежь окружена непроницаемыми слоями, а снизу на неё оказывают давление пластовые воды. [11]

При слишком активном отборе газа из пласта могут возникать такие проблемы как языки воды и конусы воды. Такие проблемы могут привести к обводнению скважин. В таком случае часть газа может быть заблокирована в «пузыре», окруженном пластовыми водами. При возникновении таких «пузырей» и при обводнениях конечная газоотдача месторождения может

заметно снизиться. Частично перечисленные проблемы могут быть вызваны неоднородностью структуры газоносного пласта.

Неоднородность пласта можно учесть, создав пространственно – распределённую систему автоматического управления. Такая система будет осуществлять управление всеми скважинами залежи одновременно. В таком случае объектом управления будет поле пластового давления в залежи. В основе такой системы управления лежит схема управления по принципу обратной связи. Входным воздействием системы управления является желаемое распределение давления в окрестности забоев эксплуатационных скважин. Функцией выхода является фактическое распределение значений давления в окрестности забоев скважин. Методы анализа и синтеза систем с пространственно-распределёнными параметрами уже применялись для решения различных задач в других отраслях промышленности [12–15].

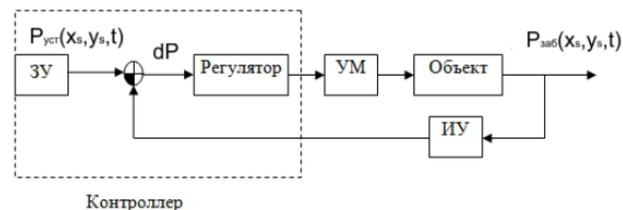


Рис. 1. Схема системы управления (обозначения на схеме: ИУ – измерительное устройство, УМ – усилитель мощности, ЗУ – задающее устройство)

В качестве регулятора выбран распределенный высокоточный регулятор. Данный регулятор работает по пропорционально-дифференциально-интегральному закону управления, как и обычный ПИД-регулятор, но в отличие от последнего, имеет пространственную составляющую.

Особенность рассматриваемого регулятора заключается в том, что на сдвиг по фазе, который регулятор вносит в систему, равен нулю на частотах, соответствующих линии перегиба.

Когда происходит мгновенное изменение управляемого параметра, рассматриваемый регулятор в начальный момент времени оказывает на объект мгновенное воздействие с бесконечным модулем. После чего воздействие мгновенно уменьшается до определяемого пропорциональной составляющей регулятора значения. Далее, астатическая компонента регулятора начинает влиять на объект.

Особенности строения месторождений природного газа рассмотрены в трудах: Лапука Б.Б., Стрижова И.Н., Лейбензона Л.С., Dake L.R.

Особенности моделирования месторождений природного газа представлены в трудах: Лапука Б.Б., Щелкачёва В.Н., Лейбензона Л.С., Мирзаджанзаде А.Х., Ahmed T.H.

Современные методы и технические средства автоматизации добычи природного газа представлены в трудах: Закирова С.Н., Васильева В.И., Ерёмина Н.А., Праховой М.Ю., Андреева Е.Б, Рое W.

II. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА

В качестве объекта выбрана часть пласта одного из европейских газовых месторождений. Объект приведён к форме параллелепипеда. Объект включает в себя девять равномерно расположенных эксплуатационных скважин. Для математического моделирования приняты следующие допущения:

- рассматривается движение пластовых вод только по координате Z;
- для отображения неоднородности объекта пласт разделен на блоки с различными значениями пористости и проницаемости;
- движение газа считается ламинарным;
- температура газа при фильтрации считается неизменной;
- пласт считается недеформируемым;
- объект считается изотропным, абсолютная проницаемость по всем координатным осям одинакова;
- фазовые проницаемости газа и воды равны.

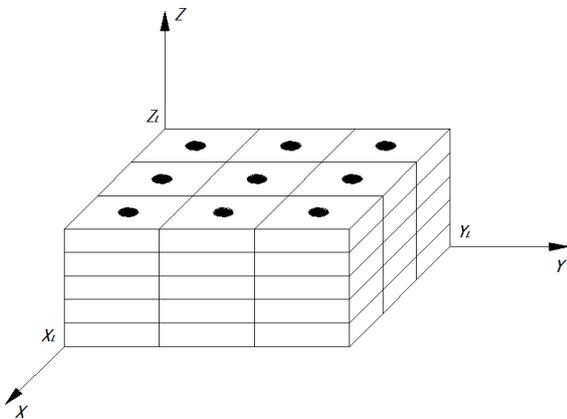


Рис. 2. Блочная модель выбранного объекта

Размеры элемента пласта выбранного в качестве объекта:

$$X_L = 3000 \text{ м}; Y_L = 3000 \text{ м}; Z_{L\max} = 113 \text{ м},$$

где X_L – размер объекта по координате X, Y_L – размер объекта по координате Y, Z_L – размер объекта по оси Z.

Значения пористости и проницаемости для всех блоков объекта представлены на рис. 3 и 4.

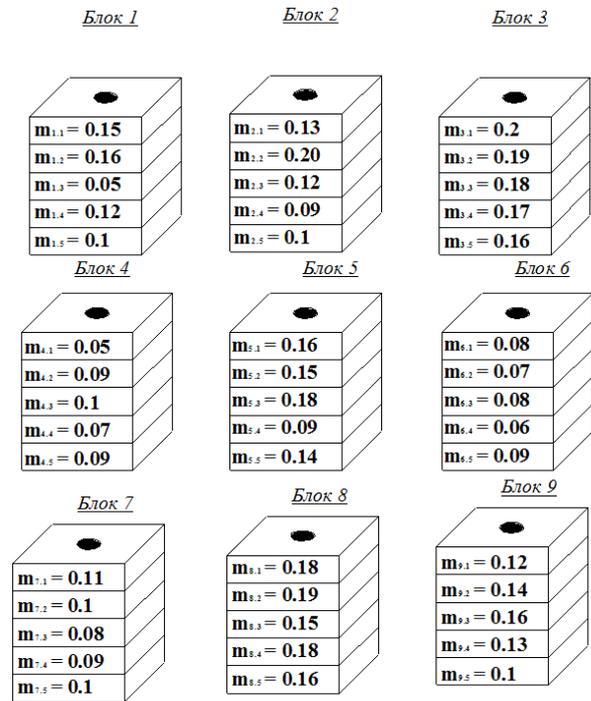


Рис. 3. Значения пористости для всех блоков объекта

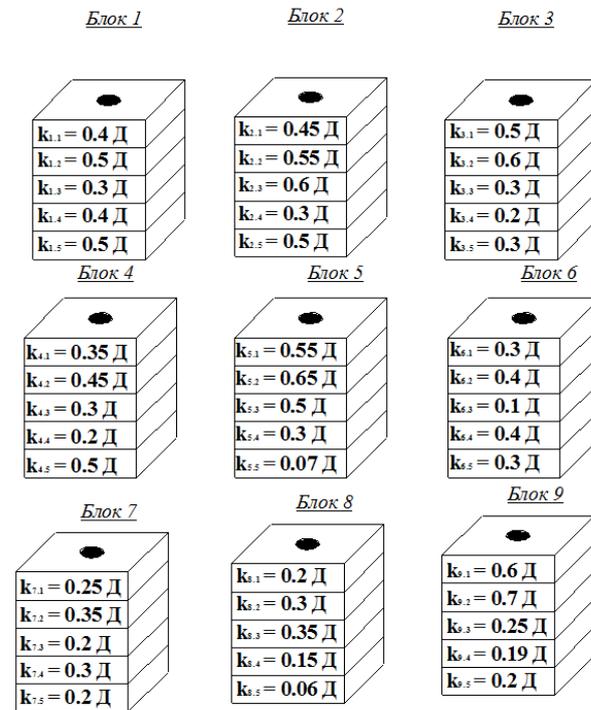


Рис. 4. Значения проницаемости для всех блоков объекта

III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнение (1) отображает изменение пластового давления в точке пространства газонасыщенной области залежи:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

$$D = \frac{m\mu}{nk}; P = p^{\frac{n+1}{n}}$$

где t – время, p – пластовое давление в точке залежи в момент времени t , μ_1 – абсолютная вязкость газа, k – проницаемость, m – пористость, x, y, z – пространственные координаты, z_d – координата плоскости контакта газа и воды по оси z , x_L, y_L, z_L – предельные значения по осям x, y и z соответственно.

Следующие уравнения (2) отображают динамику объекта на его границах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial p(0, y, z, t)}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial p(x_L, y, z, t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial p(x, 0, z, t)}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial p(x, y_L, z, t)}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение, характеризующее изменение давления в точке пространства водоносной части пласта, имеет следующий вид (3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} &= D_2 \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad (3)$$

$$D_2 = \frac{m \mu_2}{k},$$

где μ_2 – абсолютная вязкость воды.

Граничные условия для уравнения представлены соотношениями (4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(x, y, 0, t)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial p(0, y, z, t)}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial p(x_L, y, z, t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial p(x, 0, z, t)}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial p(x, y_L, z, t)}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Плоскость газоводяного контакта продвигается в соответствии с соотношением (5):

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{k}{m \mu_1} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (5)$$

Для применения частотного метода синтеза распределённого высокоточного регулятора, необходимо линеаризовать уравнение изменения давления для газоносной части.

Переменная P обозначена в качестве основной переменной математической модели. Значение давления p получается только при выводе результатов расчётов. Все расчёты используют P как основной параметр.

Значение пластового давления p заменяется на начальное значение пластового давления p_0 . В результате получено следующее линейное уравнение (6):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = D_2 \frac{\partial p}{\partial t} \quad (6)$$

где p_0 – начальное давление.

Для дискретизации математической модели был применён метод конечных разностей. Полученная дискретная модель, стала основой для компьютерной модели.

IV. СИНТЕЗ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Управление пластовым давлением осуществляется с помощью распределённого высокоточного регулятора. Передаточная функция такого регулятора характеризуется следующим соотношением:

$$W(s) = \frac{E_1 \left[\frac{n_1 + 1}{n} \frac{1}{s} \right] E_2 \left[\frac{n_2 + 1}{n} \frac{1}{s} \right] E_4 \left[\frac{n_4 + 1}{n} \frac{1}{s} \right]}{s}$$

где E_1 – обобщенный коэффициент усиления пропорциональной компоненты, n_1 – весовой коэффициент пропорциональной компоненты, E_2 – обобщенный коэффициент усиления интегральной компоненты, n_2 – весовой коэффициент интегральной компоненты, E_4 – обобщенный коэффициент усиления дифференциальной компоненты, n_4 – весовой коэффициент дифференциальной компоненты.

Для настройки распределённого высокоточного регулятора был применён частотный метод. В основе этого метода лежит воздействие на объект двумя модами входного воздействия. Далее определяются параметры передаточных функций объекта по выбранным модам входного воздействия. Находятся желаемые точки среза модуля разомкнутой системы для выбранных пространственных мод. С помощью полученных значений определяются параметры звеньев регулятора.

Для синтеза системы управления объект представлен в виде передаточных функций по модам входного воздействия [4]:

$$W_{1,1}(s) = \frac{K_{1,1}}{T_{1,1} s} e^{-\tau_{1,1} s}$$

$$W_{3,3}(s) = \frac{K_{3,3}}{T_{3,3} s} e^{-\tau_{3,3} s}$$

где $W_{1,1}$ и $W_{3,3}$ – передаточные функции по первой и третьей модам соответственно; $K_{1,1}$ и $K_{3,3}$ – коэффициенты усиления объекта по первой и третьей модам соответственно; $T_{1,1}$ и $T_{3,3}$ – постоянные времени объекта по первой и третьей модам соответственно; $\tau_{1,1}$ и $\tau_{3,3}$ – постоянные запаздывания объекта по первой и третьей модам соответственно; s – оператор Лапласа.

Параметры передаточных функций по пространственным модам определены экспериментально.

Далее приведены полученные, с применением приведённой методики, параметры РВР:

$E_1=991551$; $n_1=1$; $n_2=\infty$; $E_2=4995329$; $n_4=5$; $E_4=441$.

В рамках эксперимента по определению динамики замкнутой системы целевое давление на забоях всех скважин – 4, 85 МПа.

Для тонкой настройки регулятора был применён параметрический синтез.

Результаты работы замкнутой системы изображены на рис. 5.

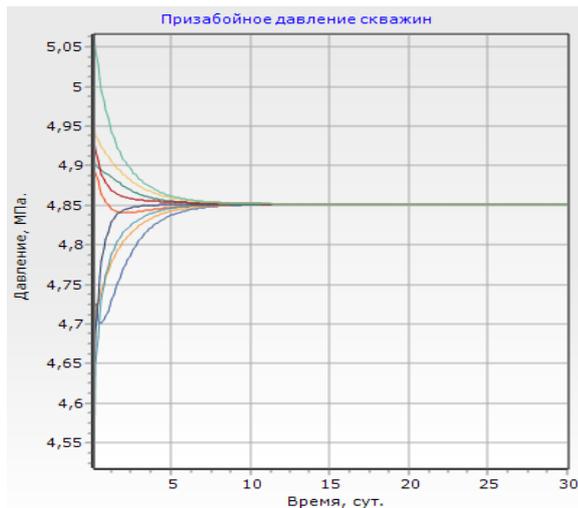


Рис. 5. Регулирование давления на забоях девяти скважин объекта

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Была разработана математическая модель объекта. Была проведена линеаризация математической модели. Был получен дискретный аналог модели и создана компьютерная модель. С помощью компьютерной модели был проведён частотный синтез распределённого высокоточного регулятора. Эксперимент показал возможность управления объектами такого класса с помощью методов теории систем с распределёнными параметрами. Полученная система может поддерживать установленное распределение призабойного давления.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Выражаю благодарность Ильюшину Юрию Валериевичу (доктору технических наук, доценту) и Мартиросяну Александру Витальевичу (кандидату технических наук).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Sidorenko A.A., Dmitriev P.N., Alekseev V.Yu., Sidorenko S.A. Improvement of techno-logical schemes of mining of coal seams prone to spontaneous combustion and rockbumps. *Journal of Mining Institute*. 2023, p. 1-13. <https://doi.org/10.31897/PMI.2023.37>

[2] Marinina O., Tsvetkova A., Vasilev Y., Komendantova N., Parfenova A. Evaluating the Downstream Development Strategy of Oil Companies: The Case of Rosneft. *Resources* 2022, 11, 4. <https://doi.org/10.3390/resources11010004>

[3] Olga Afanaseva, Oleg Bezyukov, Dmitry Pervukhin, Dmitry Tukeev. Experimental Study Results Processing Method for the Marine Diesel Engines Vibration Activity Caused by the Cylinder-Piston Group Operations. *Inventions* 2023, 8(3), 71; <https://doi.org/10.3390/inventions8030071>

[4] Kukharova T.V., Ilyushin Y.V., Asadulagi M.-A.M. Investigation of the OA-300M Electrolysis Cell Temperature Field of Metallurgical Production. *Energies* 2022, 15, 9001. DOI: 10.3390/en15239001

[5] Ereemeeva A.M., Kondrasheva N.K., Nelkenbaum K.S. Studying the possibility of improving the properties of environmentally friendly diesel fuels // *Scientific and Practical Studies of Raw Material Issues*, 2019. 2020. P.108-114. DOI: 10.1201/9781003017226-16.

[6] Arefiev I.B., Afanaseva O.V. (2022). Implementation of Control and Forecasting Problems of Human-Machine Complexes on the Basis of Logic-Reflexive Modeling. In: Vasiliev Y.S., Pankratova N.D., Volkova V.N., Shipunova O.D., Lyabakh N.N. (eds) *System Analysis in Engineering and Control*. SAEC 2021. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 442. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-98832-6_17

[7] Ilyushin Y.V., Kapostey E.I. Developing a Comprehensive Mathematical Model for Aluminium Production in a Soderberg Electrolyser. *Energies* 2023, 16, 6313.

[8] Martirosyan A.V., Kukharova T.V. and Fedorov M.S. "Research of the Hydrogeological Objects' Connection Peculiarities," 2021 IV International Conference on Control in Technical Systems (CTS), 2021, pp. 34-38.

[9] Katysheva E.G. Application of BigData technology to improve the efficiency of Arctic shelf fields development // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 937 (2021). – article 042080. DOI: 10.1088/1755-1315/937/4/042080

[10] Ereemeeva A.M., Ilyashenko I.S., Korshunov G.I. The possibility of application of bioadditives to diesel fuel at mining enterprises. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.* 2022;(10-1):39—49. DOI: 10.25018/0236_1493_2022_101_0_39

[11] Petrakov D.G., Penkov G.M., & Zolotukhin, A.B. (2022). Experimental study on the effect of rock pressure on sandstone permeability. *Journal of Mining Institute*, 254, 1-8. <https://doi.org/10.31897/PMI.2022.24>

[12] Pershin I.M., Papush E.G., Kukharova T.V., Utkin V.A. Modeling of Distributed Control System for Network of Mineral Water Wells. *Water* 2023, 15, 2289. <https://doi.org/10.3390/w15122289>

[13] Martirosyan A.V., Martirosyan K.V., Mir-Amal A.M. and Chernyshev A.B. "Assessment of a Hydrogeological Object's Distributed Control System Stability," 2022 Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), 2022, pp. 768-771, doi: 10.1109/EIConRus54750.2022.9755601.

[14] Ilyushin Y.V. Development of a Process Control System for the Production of High-Paraffin Oil. *Energies* 2022, 15, 6462. <https://doi.org/10.3390/en15176462>

[15] Pershin I.M., Papush E.G., Kukharova T.V., Utkin V.A. Modeling of Distributed Control System for Network of Mineral Water Wells. *Water* 2023, 15, 2289. <https://doi.org/10.3390/w15122289>