

Каскадный режекторный фильтр с единичной обратной связью и улучшенной переходной характеристикой

Е. А. Алтай¹, А. В. Лямин², Д. М. Скаков¹, Н. Е. Келемсеит¹

¹Национальный центр государственной научно-технической экспертизы
г. Алматы, Республика Казахстан

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
aeldos@inbox.ru¹, vicerector.it@spbstu.ru²

Аннотация. В данной работе представлены результаты синтеза каскадного режекторного фильтра Ньютона и Баттерворта с единичной обратной связью. Разработан специальный алгоритм, реализующий оценку времени переходного процесса для каскада режекторных фильтров с единичной обратной связью. Результаты реализации алгоритма продемонстрировали, что каскад режекторного фильтра Ньютона обладает монотонной переходной характеристикой, длительность которой намного меньше, чем для каскада фильтров Баттерворта.

Ключевые слова: режекторный фильтр; обратная связь; управление; полиномиальный каскад; фильтр Ньютона; фильтр Баттерворта; переходная характеристика фильтра

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время, при обработке информации в измерительных системах, для компенсации одночастотной помехи широко распространение получили алгоритмы полиномиальной режекторной фильтрации [1–6]. Все большее применение получают более сложные реализации алгоритмов полиномиальной режекторной фильтрации в составе методов эмпирической модовой декомпозиции (ЭМД) [2–6] и при адаптивной его модификации [2]. Такая гибридная реализация алгоритмов полиномиальной режекторной фильтрации с методами ЭМД позволяет осуществить обработку сигнала в условиях нестационарных помех. Добавление алгоритмов адаптации для автоподстройки весовых коэффициентов ЭМД фильтра позволяет проводить обработку сигнала в условиях перекрытия частотных спектров сигнала и помехи. Результаты гибридной реализации методов и алгоритмов цифровой фильтрации представлены в работах [1–8].

В работе [3] замечено, что при гибридной реализации алгоритмов режекторной фильтрации с методами ЭМД результативность обработки сигнала может быть невысокой за счет влияния следующих трех факторов. Во-первых, за счет влияния краевых эффектов, возникающих при разложении сигнала на эмпирические моды для компенсации помехи. Во-вторых, за счет размывания реконструированных информационных сигналов после декомпозиции на эмпирические моды. В-третьих, за счет наделяемых свойств и переходной характеристике имплементированных режекторных фильтров в методы ЭМД. Несмотря на перечисленные особенности, в настоящее время гибридная реализация методов ЭМД и алгоритмов режекторной фильтрации для компенсации помехи широко применимы.

Несмотря на развитие существующих методов фильтрации одночастотной помехи и алгоритмов их реализации, в настоящее время все еще остается открытым вопрос оценки наделяемых свойств режекторных фильтров на нормированной частоте. Данная оценка определяется на основе вычисления прямых и косвенных показателей качества системы с передаточной функцией фильтра [9]. При определении показателей качества системы фильтрации вычисляются следующие показатели: время переходного процесса, переуправление, амплитудно-частотная характеристика, корневые и фазо-частотные характеристики. Среди этих показателей быстродействие системы характеризует время переходного процесса [9], которое определяет реакцию системы фильтрации на единичный ступенчатый сигнал при нулевых начальных условиях в передаточных функциях каскада режекторных фильтров.

Известно [1–6, 9–12], что передаточные функции системы режекторной фильтрации, имеющие структуру корневой полиномиальной модели, вполне могут быть аппроксимированы с помощью полиномов Чебышева (I, II рода), Бесселя, Кауэра, Баттерворта и Ньютона. Исследования, проведенные в работах [1–6, 9–12] показывают, что полиномы Чебышева (I, II рода), Бесселя и Кауэра, при сравнении с полиномом Баттерворта для фильтрации одночастотной помехи менее результативны. Это объясняется невысокими значениями точности получаемых результатов обработки сигналов, что можно связать с выработкой наибольших значений собственной ошибки фильтров исходя из их прямых и косвенных показателей качества [1–3, 9, 11].

В работах [13–15], несмотря на широкое использование фильтра Баттерворта для совершенствования методов и алгоритмов обработки сигнала, впервые применен полином Ньютона, адаптированный для фильтрации низкочастотной и высокочастотной помехи с помощью фильтра верхних частот и каскада режекторного фильтра. Введение полинома Ньютона для синтеза фильтров обосновано тем, что в современной теории методов линейной фильтрации сигналов применение именно данной модели является наименее проработанным.

Согласно последним опубликованным работам [13–15] режекторный фильтр Ньютона при обработке тестовых сигналов и помех наделает наименьшую погрешность фильтрации и улучшает значение показателя отношения сигнал/помеха. Результаты апробации также показали, что время его выполнения

при фильтрации натуральных помех не превышает 0,15 секунд на примере обработки электрокардиосигналов.

Вместе с тем, несмотря на исследования [13–15], в настоящее время все еще остается открытым вопрос оценки надеваемой переходной характеристики данным фильтром и разработки специального алгоритма для этой оценки. Поэтому в данной работе, в отличие от ранее опубликованных работ [13–15], для оценки надеваемой характеристики режекторных фильтров представлены результаты синтеза каскадного режекторного фильтра с единичной обратной связью на нормированной частоте среза $\omega=1$ рад/секунду.

Целью данной работы является синтез каскада режекторного фильтра Ньютона с единичной обратной связью для улучшения переходной характеристики, надеваемой системой фильтрации, а также разработка алгоритма, оценивающего данную характеристику.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим линейную систему каскадной фильтрации сигналов с общей передаточной функцией $W(s) = G(s)/H(s)$, где $G(s)$ и $H(s)$ – полиномы числителя и знаменателя $W(s)$ по степеням s . Пусть полиномы числителя $G(s)$ и знаменателя $H(s)$ имеют фиксированные коэффициенты при нормированной частоте среза фильтра и порядка (n), определяющие вид размещения корней полинома передаточной функции $W(s)$. Передаточная функция $W(s)$ системы фильтрации имеет порядок $n=6$, полученный при последовательном соединении фильтрующих звеньев $n=2$ при $W_1(s)$ и $n=4$ при $W_2(s)$, как $W(s)=W_1(s) \cdot W_2(s)$.

Необходимо сформировать управляющее воздействие каскада режекторного фильтра Ньютона на основании добавления единичной обратной связи для оценки переходной характеристики, рассматриваемой системы фильтрации.

III. ФОРМИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ КАСКАДА РЕЖЕКТОРНОГО ФИЛЬТРА

Синтез каскада фильтров Ньютона и Баттерворта осуществлялся в нормированном диапазоне частоты на основе передаточных функций непрерывных фильтров-аналогов [13]. Общая передаточная функция каскада режекторных фильтров с отрицательной единичной обратной связью на основе полинома Ньютона имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} W_1(s) &= W_{norm}(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}} = \frac{1}{\left(\frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}\right) + 1} = \\ &= \frac{1}{Bs + s^2 + \omega_c^2} = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Bs + \omega_c^2} \\ W_2(s) &= W_{norm}(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}} = \frac{1}{\left(\frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}\right)^2 + 2\left(\frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}\right) + 1} = \\ &= \frac{s^4 + 2\omega_c^2 s^2 + \omega_c^4}{s^4 + 2Bs^3 + B^2 s^2 + 2\omega_c^2 s^2 + 2B\omega_c^2 s + \omega_c^4} = \\ &= \frac{s^4 + 2\omega_c^2 s^2 + \omega_c^4}{s^4 + 2Bs^3 + (B^2 + 2\omega_c^2)s^2 + 2B\omega_c^2 s + \omega_c^4} \end{aligned} \right.$$

Расчет общей передаточной функции каскада режекторного фильтра Ньютона:

$$\begin{aligned} W(s) &= W_1(s) \cdot W_2(s) = \\ &= \frac{s^6 + 3\omega_c^2 s^4 + 3\omega_c^4 s^2 + \omega_c^6}{s^6 + 3Bs^5 + 3(\omega_c^2 + B^2)s^4 + (6B\omega_c^2 + B^3)s^3 + \\ &\quad + 3(B^2\omega_c^2 + \omega_c^4)s^2 + 3B\omega_c^4 s + \omega_c^6} \end{aligned}$$

Передаточная функция каскада фильтров Ньютона с единичной обратной связью:

$$1 - W(s) = \frac{s^6 + 3\omega_c^2 s^4 + 3\omega_c^4 s^2 + \omega_c^6}{2s^6 + 6Bs^5 + 6(\omega_c^2 + B^2)s^4 + 2(6B\omega_c^2 + B^3)s^3 + \\ + 6(B^2\omega_c^2 + \omega_c^4)s^2 + 6B\omega_c^4 s + 2\omega_c^6}$$

Для фильтра с полиномом Баттерворта имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} W_1(s) &= W_{norm}(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}} = \frac{1}{\left(\frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}\right) + 1} = \\ &= \frac{1}{Bs + s^2 + \omega_c^2} = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Bs + \omega_c^2} \\ W_2(s) &= W_{norm}(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}} = \\ &= \frac{1}{\left(\frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}\right)^2 + 1.414\left(\frac{Bs}{s^2 + \omega_c^2}\right) + 1} = \\ &= \frac{s^4 + 2\omega_c^2 s^2 + \omega_c^4}{s^4 + 1.414Bs^3 + B^2 s^2 + 2\omega_c^2 s^2 + 1.414B\omega_c^2 s + \omega_c^4} = \\ &= \frac{s^4 + 2\omega_c^2 s^2 + \omega_c^4}{s^4 + 1.414Bs^3 + (B^2 + 2\omega_c^2)s^2 + 1.414B\omega_c^2 s + \omega_c^4} \end{aligned} \right.$$

Расчет общей передаточной функции каскада режекторного фильтра Баттерворта:

$$\begin{aligned} W(s) &= W_1(s) \cdot W_2(s) = \\ &= \frac{s^6 + 3\omega_c^2 s^4 + 3\omega_c^4 s^2 + \omega_c^6}{s^6 + 2.414Bs^5 + (3\omega_c^2 + 2.414B^2)s^4 + (4.828B\omega_c^2 + B^3)s^3 + \\ &\quad + (2.414B^2\omega_c^2 + 3\omega_c^4)s^2 + 2.414B\omega_c^4 s + \omega_c^6} \end{aligned}$$

Передаточная функция каскада фильтров Баттерворта с единичной обратной связью:

$$1 - W(s) = \frac{s^6 + 3\omega_c^2 s^4 + 3\omega_c^4 s^2 + \omega_c^6}{2s^6 + 4.828Bs^5 + 2(3\omega_c^2 + 2.414B^2)s^4 + 2(4.828B\omega_c^2 + B^3)s^3 + \\ + 2(2.414B^2\omega_c^2 + 3\omega_c^4)s^2 + 4.828B\omega_c^4 s + 2\omega_c^6}$$

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В данном разделе представлены результаты моделирования синтезированного каскада режекторных фильтров с нормированной частотой. Для получения развернутого результата оценки рассчитана общая передаточная функция каскада фильтров при $\omega=1$ радиан/секунду.

Для фильтра Ньютона:

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) = \frac{s^6 + 3s^4 + 3s^2 + 1}{s^6 + 3s^5 + 6s^4 + 7s^3 + 6s^2 + 3s + 1}$$

$$1 - W(s) = \frac{s^6 + 3s^4 + 3s^2 + 1}{2s^6 + 6s^5 + 12s^4 + 14s^3 + 12s^2 + 6s + 2}$$

Для фильтра Баттерворта

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) = \frac{s^6 + 3s^4 + 3s^2 + 1}{s^6 + 2.414s^5 + 5.414s^4 + 5.828s^3 + 5.414s^2 + 2.414s + 1}$$

$$1 - W(s) = \frac{s^6 + 3s^4 + 3s^2 + 1}{2s^6 + 4.828s^5 + 10.828s^4 + 11.656s^3 + 10.828s^2 + 4.828s + 2}$$

Оценка прямого показателя качества фильтров Ньютона и Баттерворта основана на определении переходного процесса. Для данной оценки разработан алгоритм, блок-схема которого представлена на рис. 1.



Рис. 1. Блок-схема оценки времени переходного процесса фильтров

При реализации начального этапа алгоритма требуется ввод рассчитанных передаточных функций фильтров для осуществления их компьютерного моделирования. На вход нормированного каскада фильтров в виде регулируемого сигнала подается единичный ступенчатый сигнал для получения реакции системы на данное воздействие. Затем задается $\pm 0,05$ окрестность, на основе которой измеряется минимальное время сигнала, находящегося в данной окрестности с доверительной вероятностью $P=0,95$.

Переходная характеристика синтезированного каскада фильтров с обратной связью проиллюстрирована на рис. 2.

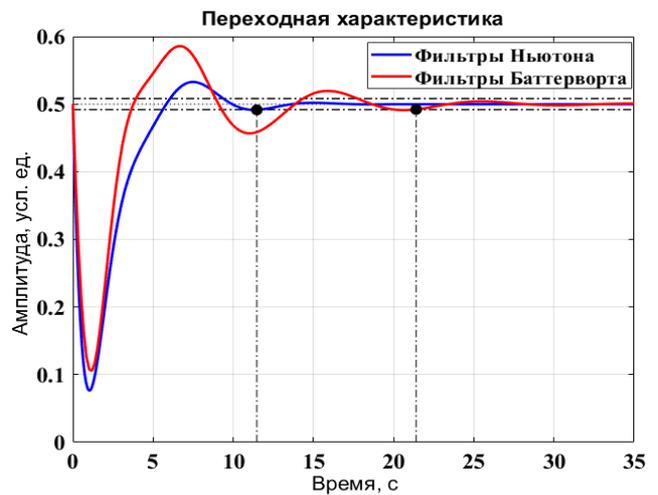


Рис. 2. Переходная характеристика каскада режекторных фильтров с обратной связью

Из рис. 2. можно заметить, что переходная характеристика каскада фильтров Ньютона от каскада фильтров Баттерворта отличается монотонной переходной характеристикой. Из смоделированной переходной характеристики произведена оценка времени переходного процесса, из которого следует, что каскад фильтров Ньютона обладает лучшим быстродействием 11,1 секунд. Для каскада фильтров Баттерворта время переходного процесса составило 21,5 секунд. Это означает, что каскад фильтров Ньютона может в 1,9 раза быстрее произвести обработку сигнала.

Необходимо отметить, что в теории автоматического управления полиномы Ньютона применяются в задаче синтеза наблюдателей для систем позиционирования [16,17], так как система управления характеризуется полным отсутствием перегулирования при любой размерности системы [16]. Однако, из-за наличия в числителе передаточной функции режекторного фильтра параметра $s^2 + \omega^2$ такие фильтры при фильтрации в сигналы вносят собственные искажения в виде затухающих колебаний и наделяют переходную характеристику [15], что не противоречит результату, полученной в данной работе.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе получены новые результаты оценки характеристики для ранее разработанного нового каскада режекторных фильтров, аппроксимированного полиномом Ньютона. Для этого фильтра с целью оценки его переходной характеристики разработан новый алгоритм, реализующий оценку времени переходного процесса. Показано, что каскад фильтров Ньютона с единичной обратной связью обладает монотонной переходной характеристикой, а его длительность составляет не более чем 12 секунд при сравнении с каскадом фильтра Баттерворта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] P.G. Malghan, M.K. Hota, "A review on ECG filtering techniques for rhythm analysis," Research on Biomedical Engineering, 2020, vol. 5, pp. 1-16.
- [2] M. Suchetha, N. Kumaravel, "Empirical mode decomposition based filtering techniques for power line interference reduction in electrocardiogram using various adaptive structures and subtraction methods," Biomedical Signal Processing and Control, 2013, vol. 8, pp. 575-585.

- [3] G. Han, B. Lin, Z. Xu, "Electrocardiogram signal denoising based on empirical mode decomposition technique: an overview," *Journal of Instrumentation*, 2017, vol. 12, pp. 1-19.
- [4] M.A. Kabir, C. Shahnaz, "Denoising of ECG signals based on noise reduction algorithms in EMD and wavelet domains," *Biomedical Signal Processing and Control*, 2012, vol. 7, pp. 481-489.
- [5] M. Rakshit, S. Das, "An efficient ECG denoising methodology using empirical mode decomposition and adaptive switching mean filter," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 40, 2018, pp. 140-148.
- [6] R.N. Vargas, A.P. Veiga, "Empirical Mode Decomposition, Viterbi and Wavelets Applied to Electrocardiogram Noise Removal," *Circuits, Systems, and Signal Processing* vol. 39, 2020, pp. 1-28.
- [7] Voznesensky A., Kaplun D. Adaptive signal processing algorithms based on EMD and ITD. *IEEE Access*, 2019, V. 7, pp. 171321.
- [8] Вознесенский А.С. Адаптивные численные методы фильтрации и спектрального анализа нестационарных сигналов на основе частотно-временной декомпозиции: Автореф. дис. ... канд. тех. наук. СПб., 2022. 19 с.
- [9] Алтай Е. Исследование и разработка методов обработки сигналов акустической эмиссии: автореф. дис. ... канд. тех. наук. СПб, 2023. 270 с.
- [10] J. Li, "Design of a real-time ECG filter for portable mobile medical systems," *IEEE Access*, 2017, vol. 5, pp. 696-704.
- [11] N.T. Bui, "Real-Time Filtering and ECG Signal Processing Based on Dual-Core Digital Signal Controller System," *IEEE Sensors Journal*, 2020, vol. 12, pp. 6492-6503.
- [12] H. Ozkan, "A Portable Wearable Tele-ECG Monitoring System," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2019, vol. 1, pp. 173-182.
- [13] Y.A. Altay, A.V. Lyamin, E.R. Bergardt, "A Graphical-User-Interface-Based System for Removal of ECG Data Measurement Noises Using Newton filters: New Data," *Proceedings of the IEEE International conference Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies*. Yaroslavl, Russia, 2021, pp. 367-373.
- [14] Y.A. Altay, A.S. Kremlev, K.A. Zimenko, "A New ECG Signal Processing Method Based on Wide-Band Notch Filter," *Proceedings of the IEEE conference Russian young researchers in electrical and electronic engineering*. Saint Petersburg, Russia, 2020, pp. 1464-1469.
- [15] Алтай Е.А., Кремлев А.С. Оценка точности обработки электрокардиосигнала методом каскадной широкополосной режекторной фильтрации // *Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление*. 2020. №. 2. С. 18-28.
- [16] S.V. Bystrov, N.A. Vunder, A.V. Ushakov, "Solution of signal uncertainty problem at analytical design of consecutive compensator in piezo actuator control," *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, vol. 16, 2016, pp. 451-459.
- [17] Bystrov S.V., Vunder N.A., Sinetova M.M., Ushakov A.V. Analytical design of consecutive compensator for control systems with delay based on modification of typical polynomial models // *Informatics and Automation*. 2017. V. 52. P. 115-136.