

Синергетический синтез алгоритмов управления двухосным кардановым подвесом

А. А. Алмаз

Институт компьютерных технологий и информационной безопасности
Южный Федеральный Университет

almaz@sfedu.ru

Аннотация. В данной работе рассматривается задача синтеза алгоритмов управления для двухосного карданного подвеса с использованием методов синергетической теории управления, который учитывает нелинейную динамику системы, включая перекрёстные связи, кориолисовы, центробежные силы и гравитационные компоненты, что позволяет обеспечить высокую точность. Решаются задачи позиционирования и слежения, а эффективность разработанных алгоритмов оценена путём моделирования.

Ключевые слова: двухосный карданов подвес, синергетическая теория управления, управление позиционированием, следящее управление

I. ВВЕДЕНИЕ

Системы угловой ориентации играют ключевую роль в обеспечении стабилизации и точного наведения объектов в различных областях техники. Одним из примеров таких систем, выступает карданов подвес.

Двухосный карданов подвес представляет собой механическую систему, предназначенную для позиционирования и ориентации нагрузки, например, камеры, лазерного излучателя или антенны в пространстве. Он является ключевым элементом во многих системах наведения и стабилизации угловой ориентации различного применения.

Эффективность работы карданного подвеса в значительной степени определяется качеством алгоритмов управления. Однако проектирование алгоритмов управления для таких систем сопряжено с рядом сложностей: нелинейностью динамики, перекрёстными связями между осями. Следовательно, разработка эффективных алгоритмов управления для нелинейных систем двухосной угловой ориентации становится важной и актуальной задачей.

В статье предлагается подход к синтезу алгоритмов управления двухосным карданным подвесом на основе синергетической теории управления для решения задач – позиционирования и слежения, по двум осям.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Пример карданного подвеса с камерой на рис. 1.

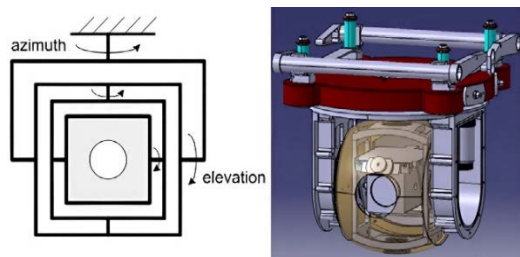


Рис. 1. Карданов подвес

Динамика двухосного карданова подвеса описывается уравнением Лагранжа [1]–[6]:

$$\mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (1)$$

где $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ – матрица инерции, которая зависит от углов; $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2]^T$ – углы азимута и места; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – матрица Кориолиса и центробежных сил; $\mathbf{F}_s$ – вектор моментов трения; $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ – вектор гравитационного момента деформации, возникающий в результате смещения центра тяжести груза на оси вращения; $\boldsymbol{\tau}$ – управляющие моменты на осях.

Соответственно, $q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1$ представляют собой угол, угловую скорость и угловое ускорение оси азимута. Аналогично, $q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2$ – это угол, угловая скорость и угловое ускорение оси места.

Матрица инерции:

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 \sin^2 q_2 + I_3 \cos^2 q_2 & 0 \\ 0 & I_4 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где I_1, I_2, I_3, I_4 – константы моментов инерции.

Матрица кориолисовых, центробежных и гироскопических сил выглядит следующим образом:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(I_2 - I_3)\sin(2q_2)\dot{q}_2 & \frac{1}{2}(I_2 - I_3)\sin(2q_2)\dot{q}_1 \\ -\frac{1}{2}(I_2 - I_3)\sin(2q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Вектора момента трения и гравитационного момента определяются как:

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) \\ F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ k \sin(q_2) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где F_s – коэффициент сухого трения; k – произведение веса кардана на расстояние от центра масс до оси вращения.

Таким образом, на основании (1) – (4), можно записать:

$$\begin{aligned} &((I_1 + I_3) + (I_2 - I_3)\sin^2(q_2))\ddot{q}_1 + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) + \\ &+ (I_2 - I_3)\sin(2q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 = \tau_1, \\ &I_4\ddot{q}_2 - \frac{1}{2}(I_2 - I_3)\sin(2q_2)\dot{q}_1^2 + k \sin(q_2) + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) = \tau_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Анализируя (5), можно прийти к выводу, что отклик системы не зависит от величин I_1 , I_2 и I_3 независимо друг от друга, так как сумма I_1+I_3 – влияет на инерционные свойства азимутальной оси, а разность I_2-I_3 влияет на кориолисовы силы, то есть если $I_2=I_3$, они исчезают [2].

Введя следующие обозначения:

$$A_1 = I_1 + I_3, \quad A_2 = I_2 - I_3, \quad A_3 = I_4, \quad A_4 = k, \quad A_5 = F_s,$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix},$$

можно получить математическую модель двухосного карданова подвеса в переменных состояния:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{u_1 - A_2 \sin(2x_2)x_3x_4 - A_5|x_3|}{A_1 + A_2 \sin^2(x_2)} \\ \dot{x}_4 &= \frac{(u_2 + \frac{1}{2}A_2 \sin(2x_2)x_3^2 - A_4 \sin(x_2) - A_5|x_4|)}{A_3} \end{aligned} \quad (6)$$

III. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ

A. Синтез для задачи двухосного позиционирования

Для синтеза регулятора используются принципы синергетической теории управления [7]–[10]. В данном случае решается задача стабилизации углов ориентации карданова подвеса в заданных значениях x_1^* и x_2^* .

На первом этапе процедуры синтеза вводится следующая совокупность инвариантных многообразий:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= x_3 - k_1(x_1 - x_1^*) = 0, \\ \psi_2 &= x_4 - k_2(x_2 - x_2^*) = 0. \end{aligned}$$

На пересечении инвариантных многообразий получаем декомпозированную систему

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= k_1(x_1 - x_1^*), \\ \dot{x}_2 &= k_2(x_2 - x_2^*), \end{aligned}$$

которая, очевидно, обладает свойством асимптотической устойчивости относительно заданных значений углов при $k_1, k_2 < 0$

Закон управления находится из решения системы основных функциональных уравнений относительно макропеременных ψ_1 и ψ_2 :

$$\begin{aligned} T_1 \dot{\psi}_1 + \psi_1 &= 0, \\ T_2 \dot{\psi}_2 + \psi_2 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

И имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} U = \left\{ u_1 = -\frac{1}{T_1} (A_1 k_1 (x_1^* - x_1) - A_2 \sin(2x_2) T_1 x_3 x_4 - A_5 |x_3| T_1 \right. \\ \left. - A_2 \sin(x_2)^2 (k_1 (x_1^* + x_1 + T_1 x_3) - x_3) - A_1 T_1 k_1 x_3 + A_4 x_3), \right. \\ \left. u_2 = -\frac{1}{2T_2} (A_2 \sin(2x_2) T_2 x_3^2 - 2A_3 T_2 k_2 x_4 + 2k_2 A_3 x_2^* - \right. \\ \left. - 2k_2 A_3 x_2 - 2A_4 \sin(x_2) T_2 - 2A_5 |x_4| T_2 + 2x_4 A_3) \right\}. \end{aligned}$$

На рис. 2 и рис. 3 представлены результаты моделирования при следующих параметрах [2]: $T_1 = 0,1$; $T_2 = 0,1$; $k_1 = -3$; $k_2 = -3$; $A_1 = 3,4798$; $A_2 = 0,4543$; $A_3 = 2,0234$; $A_4 = 2,9767$; $A_5 = 0,1014$; $x_1^* = 4$ и $x_2^* = 1$.

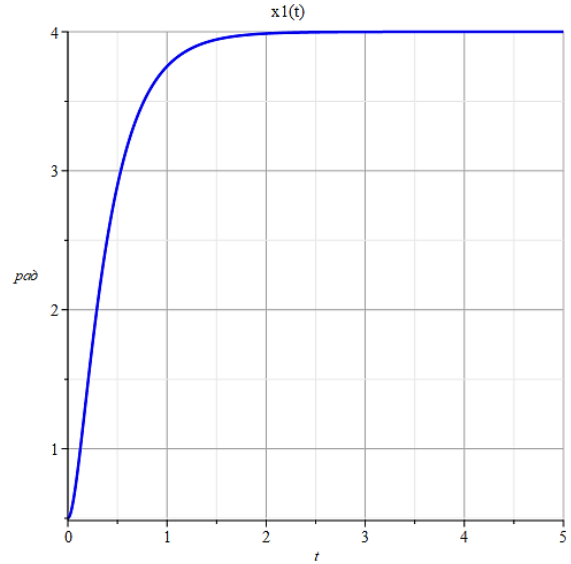


Рис. 2. Угловое положение по углу азимута

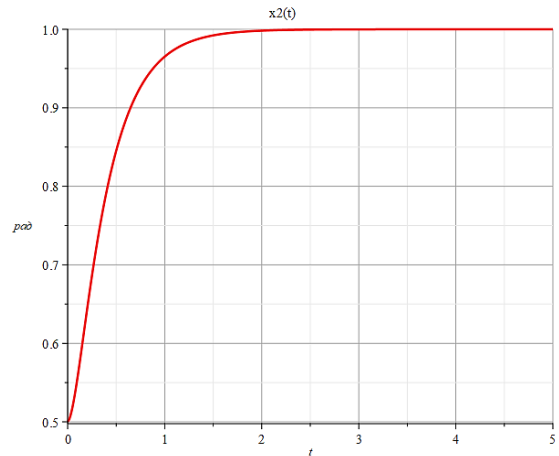


Рис. 3. Угловое положение по углу места

Угловые положения по углам азимута и места стабилизировались в заданных значениях, следовательно закон управления отработал корректно.

B. Синтез для задачи двухосного слежения

Если рассматривать задачу слежения, то углы азимута и места должны изменяться в соответствии с входными сигналами, являющимися априори неизвестными функциями времени. Для синергетического синтеза алгоритмов слеящего управления используется подход, изложенный в работе [7].

Применяется принцип расширения пространства состояний исходной системы для учета влияния внешних факторов и дополнительных условий за счет добавления дифференциальных уравнений опорного временного сигнала, в данном случае линейной функции времени с изменяемым коэффициентом наклона, и используется методика синтеза асимптотического наблюдателя коэффициента наклона аппроксимирующей прямой [7].

Так как сигналов два, следовательно, модель синтеза выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_4, \\ \dot{x}_3 &= \frac{u_1 - A_2 \sin(2x_2)x_3x_4 - A_5|x_3|}{(A_1 + A_2 \sin^2(x_2))}, \\ \dot{x}_4 &= \frac{u_2 + \frac{1}{2}A_2 \sin(2x_2)x_3^2 - A_4 \sin(x_2) - A_5|x_4|}{A_3}, \\ \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= 0, \\ \dot{z}_3 &= z_4, \\ \dot{z}_4 &= 0.\end{aligned}\quad (8)$$

где z_1, z_3 – переменные моделей опорных сигналов, z_2, z_4 – переменные, которые описывают текущее значение коэффициента наклона соответствующей аппроксимирующей прямой.

Аналогично начинаем синтез начинаем с введения совокупности инвариантных многообразий:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= x_3 - k_1(x_1 - z_1) = 0, \\ \psi_2 &= x_4 - k_2(x_2 - z_3) = 0.\end{aligned}$$

Далее получаем закон управления для системы (8) решая систему основных функциональных уравнений (7):

$$\begin{aligned}U &= \left\{ u_1 = \frac{1}{T_1} (A_2 \sin(x_2)^2 T_1 k_1 (x_3 - z_2) - A_1 x_3 + A_5 |x_3| T_1 + \right. \\ &+ A_2 \sin(2x_2) T_1 x_3 x_4 + A_1 T_1 k_1 (x_3 - z_2) + A_1 k_1 (x_1 - z_1) \\ &+ A_2 \sin(x_2)^2 (k_1 (x_1 - z_1) - x_3)), \\ u_2 &= -\frac{1}{2T_2} (A_2 \sin(2x_2) T_2 x_3^2 - 2A_3 T_2 k_2 x_4 + 2A_3 T_2 k_2 z_4 - \\ &- 2A_4 \sin(x_2) T_2 + 2k_2 A_3 z_3 - 2k_2 A_3 x_2 - 2A_5 |x_4| T_2 + 2x_4 A_3) \}.\end{aligned}\quad (9)$$

Следующий этап заключается в синтезе наблюдателя для получения оценок ненаблюдаемых переменных z_2 и z_4 по значениям вектора наблюдаемых переменных и вектора управления.

На основании модели синтеза (8) сформируем матрицы и вектора g_0, h_0, G_1, H_1 :

$$g_0 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{u_1 - A_2 \sin(2x_2)x_3x_4 - A_5|x_3|}{A_1 + A_2 \sin^2(x_2)} \\ u_2 + \frac{1}{2}A_2 \sin(2x_2)x_3^2 - A_4 \sin(x_2) - A_5|x_4| \\ A_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$h_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Матрица $L(x)$ задается так, чтобы обеспечивалось асимптотическое схождение ненаблюдаемых переменных и их оценок, то есть на основании условий устойчивости. Так как имеется две ненаблюдаемые переменные, то матрица $L(x)$ будет выглядеть следующим образом:

$$L(x) = \begin{bmatrix} l_1 & 0 \\ 0 & l_2 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Далее решаем матричное уравнение $\Gamma \cdot G_1 = H_1 - L$, определяя матрицу $\Gamma(x)$ как:

$$\Gamma(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -l_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_2 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Уравнения наблюдателя и оценок вычисляются из выражений:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= L(x)y - L(x) \int_0^x \Gamma(x) dx + h_0(x, u) + \Gamma(x)g_0(x, u), \\ \hat{z} &= \int_0^x \Gamma(x) dx - y,\end{aligned}\quad (15)$$

где y – вектор переменных наблюдателя; $\hat{z}$ – вектор оценок ненаблюдаемых переменных.

Из (10)–(15) получаем уравнения наблюдателя и оценок:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= l_1^2 z_1 + l_1 y_1, & \hat{z}_1 &= -l_1 z_1 - y_1, \\ \dot{y}_2 &= l_2^2 z_3 + l_2 y_2, & \hat{z}_2 &= -l_2 z_3 - y_2.\end{aligned}\quad (16)$$

Тогда, подставляя оценки (16) в ранее полученный закон управления (9) и меняя z_1 и z_3 на поступающие сигналы $g_1(t)$ и $g_2(t)$, получим итоговое выражение для слеящего регулятора:

$$U = \left\{ \begin{aligned} u_1 = & \frac{1}{T_1} (T_1 k_1 (x_3 - (-l_1 g_1 - y_1)) (A_1 + A_2 \sin(x_2)^2) + \\ & + A_2 \sin(x_2)^2 k_1 (x_1 - g_1) - A_2 \sin(x_2)^2 x_3 + A_1 k_1 (x_1 - g_1) + \\ & + A_2 \sin(2x_2) T_1 x_3 x_4 - A_1 x_3 + A_5 |x_3| T_1), \\ u_2 = & -\frac{1}{2T_2} (A_2 \sin(2x_2) T_2 x_3^2 - 2A_4 \sin(x_2) T_2 - 2A_5 |x_4| T_2 + \\ & + 2k_2 A_3 (g_2 - x_2) + 2A_3 (T_2 k_2 ((-l_2 g_2 - y_2) - x_4) + x_4)) \end{aligned} \right\}.$$

На рис. 4 и рис. 5 представлены результаты моделирования замкнутой системы при следующих параметрах при следующих параметрах: $T_1 = 0,0001$; $T_2 = 0,001$; $k_1 = -50$; $k_2 = -50$; $A_1 = 3.4798$; $A_2 = 0.4543$; $A_3 = 2.0234$; $A_4 = 2.9767$; $A_5 = 0.1014$; $l_1 = -0.01$; $l_2 = -0.01$; $g_1 = 0.1t$ и $g_2 = -0.2t$.

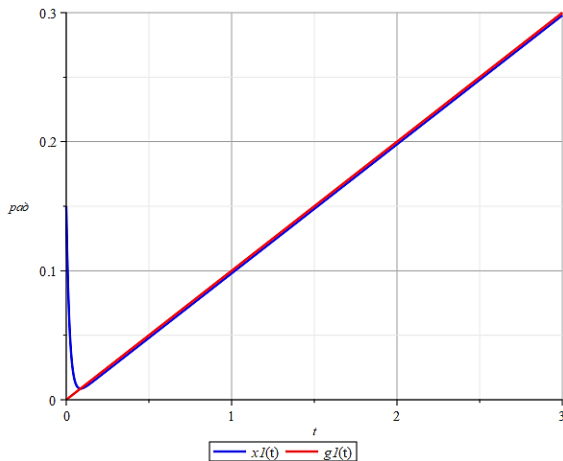


Рис. 4. Угловое перемещение по углу азимута

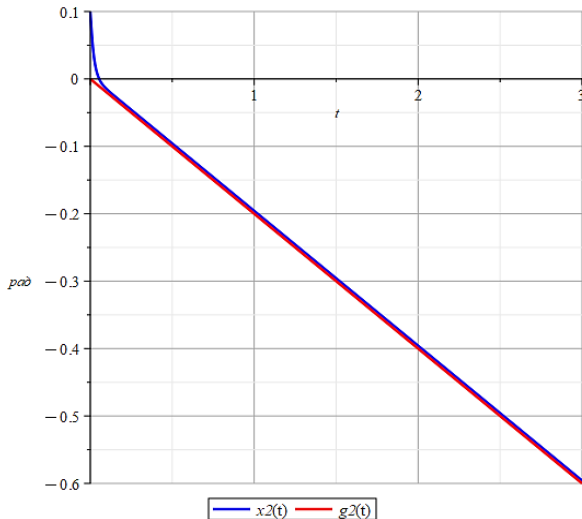


Рис. 5. Угловое перемещение по углу азимута

По результатам моделирования можно сделать вывод, что регулятор обрабатывает корректно, так как наблюдается схождение управляемых переменных, а именно углового перемещения по азимуту и углу места с задаваемыми сигналами.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были разработаны алгоритмы управления двухосным карданным подвесом для задач позиционирования и слежения на основе современного подхода к синтезу нелинейных регуляторов – синергетической теории управления.

Предложенное решение, в отличие от классических линейных методов, учитывает нелинейную динамику системы, включая перекрёстные связи, кориолисовы и центробежные силы, а также гравитационные моменты, что обеспечивает высокую точность и высокую эффективность.

Моделирование подтвердило работоспособность и корректность синтезированных законов управления, демонстрируя стабилизацию углового положения в желаемых значения и сходимость углового перемещения с поступающими сигналами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Sangveraphunsiri V., Malithong K. Control of Inertial Stabilization Systems Using Robust Inverse Dynamics Control and Sliding Mode Control // The 6th International Conference on Automotive Engineering: conference proceedings. Thailand: Chulalongkorn University, 2010. P. 1–10.
- [2] Parameter Estimation and Fuzzy Controller Design for a Two-Axis Gimbal / J. Roya [et. al.] // Intelligent and Fuzzy Techniques in Big Data Analytics and Decision Making: conference proceedings in Advances in Intelligent Systems and Computing. Istanbul: Springer. 2019. Vol. 1029. P. 89–98.
- [3] Mohammad K., Mohammad M. A. Adaptive Dynamic Surface Control of a Two Axis Gimbal System // IET Science, Measurement & Technology. 2016. Vol. 10, iss. 6. P. 553–678.
- [4] Ghadiri H., Mohammadi A., Khodadadi H. Fast terminal sliding mode control based on SDRE observer for two-axis gimbal with external disturbances // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2022. P. 1–23.
- [5] Wongkamchang P., Sangveraphunsiri V. Control of Inertial Stabilization Systems Using Robust Inverse Dynamics Control and Adaptive Control // The 6th International Conference on Automotive Engineering: conference proceedings. Thailand: Chulalongkorn University, 2010. P. 1–13.
- [6] Mohammad F., Hossein B. Corrigendum: 'Adaptive dynamic surface control of a two-axis gimbal system' // IET Science, Measurement & Technology. 2022. Vol. 17. P. 289–296.
- [7] Попов А.Н. Синергетический синтез следящих регуляторов // Известия ЮФУ. Технические науки. Таганрог: 2018. №7 (201). С. 220–231.
- [8] Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М: Энергоатомиздат, 1994.
- [9] Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления / под ред. А.А. Колесникова. Ч. 2. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. 344 с.
- [10] Колесников А.А. Синергетическая теория управления: концепции, методы, тенденции развития // Известия ТРТУ. 2001. № 5 (23). С. 7–27.