

Маршрутизация формации мобильных роботов методом упреждающего управления

К. Ф. Фам¹, Н. Б. Филимонов²

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана

²МГУ им. М.В. Ломоносова

hvkts1421996@gmail.com, nbfilimonov@mail.ru

Аннотация. В данной статье рассматривается метод согласованного планирования пути для группы мобильных роботов (МР), организованной по стратегии «ведущий-ведомый». Каждый МР в формации формирует собственную задачу планирования пути на основе согласованной информации о положении виртуального ведущего (ВВ), достигаемой посредством механизма консенсуса. Задача планирования представляет собой оптимизационную задачу управления с прогнозирующей моделью (МРС), содержащую невыпуклые ограничения. Для ее эффективного решения используется метод последовательного выпуклого программирования (SCP). Также анализируется структура коммуникационной сети, гарантирующая достижение согласованности между МР. Результаты численного моделирования в MATLAB демонстрируют эффективность и работоспособность предложенного подхода.

Ключевые слова: согласованное планирование пути; обратная связь формации; стратегия ведущий-ведомый; распределенное МРС; алгоритм консенсуса; мобильный робот

I. ВВЕДЕНИЕ

Планирование пути и траектории мобильного робота (МР) представляет собой ключевой компонент безопасной и эффективной навигации в робототехнике и автономных системах. Задача планирования пути заключается в построении геометрического маршрута, тогда как планирование траектории дополняет этот маршрут временными характеристиками. Подходы к планированию пути классифицируются на глобальные и локальные методы [1]. Глобальные методы, такие как метод быстрорастущего случайного дерева [2], метод роя частиц [3] и генетические алгоритмы [4], предполагают наличие полной априорной информации об окружающей среде. Они демонстрируют высокую эффективность в статических условиях и позволяют получать оптимальные или близкие к оптимальным решениям, однако отличаются высокой вычислительной сложностью. Локальные методы, включая метод искусственного потенциального поля [5], алгоритм A* [6] и муравьиный алгоритм [7], опираются на сенсорные данные, получаемые в реальном времени, что делает их особенно подходящими для навигации в динамически изменяющихся условиях. Такие методы обеспечивают быструю реакцию на изменения среды, однако зачастую уступают в плане глобальной оптимальности.

Управление с прогнозирующей моделью (Model Predictive Control, MPC) представляет собой вычислительный метод оптимального управления, при котором управляющее воздействие формируется путем решения задачи оптимизации на конечном горизонте предсказания с учетом ограничений динамики системы [8]. Благодаря своей способности учитывать будущие состояния, MPC получил широкое распространение в

задачах управления движением роботов [9]. Предсказательная характеристика метода позволяет эффективно объединять задачи обнаружения и обхода препятствий, а также отслеживания траектории в рамках единой оптимизационной задачи, что делает MPC особенно перспективным для планирования движения в динамически изменяющейся среде [10].

В настоящей работе предлагается метод согласованного планирования пути для формации МР, управляемой по принципу «ведущий-ведомый». Путь к целевой точке планируется для виртуального ведущего (ВВ) группы и каждый МР определяет собственный путь, зная свою позицию относительно ВВ в формации. С помощью алгоритма консенсуса все МР согласуются по значению текущего положения ВВ и затем решают идентичные задачи планирования пути. В результате все МР независимо строят одинаковые пути для ВВ. Этот метод вводит обратную связь в задачу управления формацией и обеспечивает согласованное движение всей группы МР при поддержании заданной формации.

Задача планирования пути формулируется как оптимизационная задача MPC с учетом нелинейной динамики системы и невыпуклых ограничений, вызванных препятствиями. Для решения задачи MPC с невыпуклыми ограничениями используется метод последовательного выпуклого программирования (Sequential Convex Programming, SCP). Также рассматривается топология взаимодействия, обеспечивающая достижение консенсуса в сети МР. Результаты численного моделирования, выполненные в MATLAB, подтверждают эффективность предложенного подхода и демонстрируют его применимость к практическим задачам координации группы МР в реальных условиях.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МР

В работе рассматривается группа двухколесных МР, с дифференциальным приводом. Кинематическая схема одного из них представлена на рис. 1. Здесь управление МР осуществляется через угловые скорости вращения левого (left) ω_l и правого (right) ω_r колес. Полагаем, что переменными состояния МР являются следующие переменные: x , y – координаты центра масс робота на плоскости в Земной системе координат (СК); V – модуль вектора скорости робота; θ – угол курса робота (угол между направлением движения робота и осью Ox).

Динамику двухколесного МР можно представить одной из самых простых представлений тремя степенями свободы с вектором (x, y, θ) [11]:

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \theta \\ \dot{y} = V \sin \theta \end{cases}$$

При этом взаимосвязь между линейной и угловой скоростями каждого из колес имеет вид:

$$V = \frac{R}{2}(\omega_l + \omega_r); \quad \dot{\theta} = \Omega = \frac{R}{L}(\omega_l - \omega_r),$$

где R – радиус колес; L – расстояние между колесами.

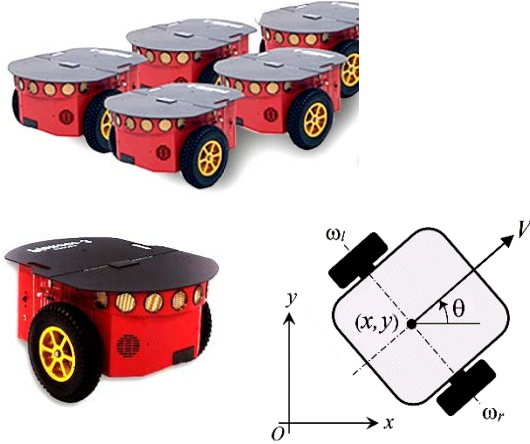


Рис. 1. Схематическое изображение двухколесного МР

III. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МАРШРУТИЗАЦИИ ФОРМАЦИИ МР

Полагаем, что формация из n МР функционирует по стратегии «ведущий-ведомый», причем ВВ представлен центром формации. Конфигурация формации определяется положениями центров масс МР в локальной СК $O_0x_0y_0$, жестко связанной с центром формации. Ориентация формации в глобальной СК задается углом θ_0 , обозначающим поворот между осями O_0x_0 и Ox . Положение i -го МР относительно ВВ задается координатами Δx_i^c , Δy_i^c в связанной СК, определяющими его позицию в формации. Автором предложен распределенный алгоритм следования по пути для группы МР [12].

Сформулируем задачу планирования пути для ВВ, которая решается индивидуально каждым МР. Цель состоит в генерации путевых точек, направляющих ВВ к целевой точке с учетом избегания столкновений с препятствиями. Обозначим $P(t) = [x(t) \ y(t)]^T$ – положение ВВ в момент времени t . Задача планирования пути формулируется как задача МРС со временем дискретизации h и опорной траекторией для ВВ:

$$P_{k+1}^c = P_k^c + hV \begin{bmatrix} \cos \theta^c \\ \sin \theta^c \end{bmatrix}, \quad k = 0, \dots, N-1;$$

$$P_0^c = P(t),$$

где θ^c – угол между прямым путем к целевой точке и осью Ox ; N – горизонт предсказания.

Целевая функция МРС на момент времени t задается следующим образом:

$$J_t(P_t) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [(P_k - P_k^c)^T Q (P_k - P_k^c) + \Delta u_k^T R \Delta u_k] + \frac{1}{2} (P_N - P_N^c)^T K (P_N - P_N^c),$$

где Q , K и R – положительно определенные весовые матрицы; $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$ – приращение управления.

Динамика ВВ дискретизируется первым методом Эйлера:

$$P_{k+1} = P_k + hV \begin{bmatrix} \cos \theta(k) \\ \sin \theta(k) \end{bmatrix},$$

где $\theta(k)$ – управляющее воздействие на шаге k , также обозначаемое как $u(k)$.

Управляющее воздействие ограничено диапазоном:

$$0^\circ \leq u(k) \leq 2\pi.$$

Дополнительно вводятся ограничения на обход препятствий, обеспечивающие минимальное безопасное расстояние $d_{\min}$ как от статических, так и от динамических препятствий:

$$\|P_k - P_k^j\|_2 \geq d_{\min},$$

где P_k^j – предсказанное положение j -го препятствия на шаге предсказания k .

Из-за нелинейной динамики системы и невыпуклых ограничений на обход препятствий результирующая задача оптимизации МРС является невыпуклой.

IV. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВЫПУКЛОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Метод SCP [13] представляет собой локальный подход к решению невыпуклых задач оптимизации. Его суть заключается в итеративном приближении исходной невыпуклой задачи с помощью последовательности выпуклых подзадач. Основная идея метода – аппроксимировать невыпуклые части целевой функции и ограничений линейными или выпуклыми выражениями, при этом сохраняя выпуклые части в неизменном виде. Каждая подзадача решается с использованием эффективных методов выпуклой оптимизации.

Ограничения, задающие динамику системы, линеаризуются с помощью разложения в ряд Тейлора первого порядка относительно опорной траектории:

$$P_{k+1} = P_k + hV \begin{bmatrix} \cos \theta^c(k) \\ \sin \theta^c(k) \end{bmatrix} + hV \begin{bmatrix} -\sin \theta^c(k) \\ \cos \theta^c(k) \end{bmatrix} (\theta(k) - \theta^c(k))$$

Аналогично, ограничения на обход препятствий линеаризуются, что позволяет сформировать выпуклое допустимое множество:

$$\|P_k^c - P_k^j\|_2 + \frac{P_k^c - P_k^j}{\|P_k^c - P_k^j\|_2} (P_k - P_k^c) \geq d_{\min}.$$

После линеаризации на каждой итерации формируется подзадача SCP в виде выпуклой квадратичной задачи (Quadratic Program, QP):

$$J_t^*(P_t) = \min_{u_0, \dots, u_{N-1}} J_t(P_t), \quad 0^\circ \leq u(k) \leq 2\pi,$$

с ограничениями:

$$P_{k+1} = P_k + Bu_k + C;$$

$$-\rho_j(k)P_k \leq \|\rho_j(k)\|_2^2 - d_{\min} \|\rho_j(k)\|_2 - \rho_j(k)P_k^c;$$

$$P_0 = P(t),$$

$$\text{где } B = \begin{bmatrix} -hV \sin \theta^c(k) \\ hV \cos \theta^c(k) \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} hV \cos \theta^c(k) + \theta^c(k)hV \sin \theta^c(k) \\ hV \sin \theta^c(k) - \theta^c(k)hV \cos \theta^c(k) \end{bmatrix};$$

$$\rho_j(k) = P_k^c - P_k^j.$$

V. ИНФОРМАЦИОННЫЙ КОНСЕНСУС В СЕТИ МР

Для описания взаимодействий между n МР используется неориентированный граф. Граф G порядка n определяется как пара $G = (V, E)$, где V – множество вершин (МР), а E – множество ребер, представляющих двусторонние каналы связи между МР. Степень вершины $d(v_i)$ равен количеству соседних вершин, соединенных с ней ребрами. Граф является связным, если существует путь между любой парой вершин.

Элементы матрицы смежности $A \in \{0,1\}^{n \times n}$ и матрицы степеней D графа G имеют вид:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \{i, j\} \in E \\ 0, & \{i, j\} \notin E \end{cases}; \quad d_{ij} = \begin{cases} \sum_{h=1, h \neq i}^n a_{ih}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}.$$

Матрица Лапласа $L \in R^{n \times n}$ определяется как:

$$L = D - A.$$

Матрица Лапласа симметрична и положительно полуопределенная. Ее собственные значения упорядочены по возрастанию:

$$\lambda_1(L) \leq \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_n(L), \quad \lambda_1(L) = 0.$$

Пусть $\hat{s}_i$ – оценка i -м агентом скалярного параметра $s \in R$. Динамика непрерывного консенсуса задается уравнением:

$$\dot{\hat{S}} = -L\hat{S},$$

где $\hat{S} = [\hat{s}_1 \dots \hat{s}_n]^T$ – вектор текущих, а $\hat{S}(0) = \hat{S}_0$ – вектор начальных оценок.

Теорема [14]. Пусть граф G связан. Тогда значение вектор оценок $\hat{S}$ сходится к значению:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{S} = \frac{1_n^T \hat{S}_0}{n} 1_n,$$

со скоростью, определяемой вторым собственным значением матрицы Лапласа $\lambda_2(L)$.

В общем случае, динамика многомерного консенсуса в непрерывном времени записывается как:

$$\dot{\hat{S}} = -L \otimes I_m \hat{S},$$

где $\hat{S} \in R^{m \cdot n}$ – вектор оценок; m – количество оцениваемых параметров, I_m – единичная матрица размерности m ; $\otimes$ – произведение Кронекера.

Аналогично, динамика многомерного консенсуса в дискретном времени описывается уравнением:

$$\hat{S}[k+1] = -\bar{A} \otimes I_m \hat{S}[k],$$

где элементы матрицы смежности $\bar{A}$ определяется как:

$$\bar{a}_{ij} = \begin{cases} 1/d(v_i), & \{i, j\} \in E \\ 0, & \{i, j\} \notin E \end{cases}.$$

При движении МР внешние возмущения вызывают их отклонения от желаемых позиций в формации, что приводит к различиям в оценках положения ВВ. Для устранения отклонений применяется протокол консенсуса, позволяющего МР согласованно определять текущее положение ВВ [15].

Пусть в момент времени t задача МРС повторно решается для определения следующей путевой точки, а τ – время, за которое консенсус достигается. Для обеспечения согласованного планирования пути необходимо, чтобы все МР достигли консенсуса по положению ВВ к моменту времени t . Таким образом, процесс консенсуса инициируется до момента $t - \tau$. Начальная оценка положения ВВ i -ым МР задается следующим образом:

$$\hat{P}_i^L(t) = \hat{P}^i(t) - R(\theta(t - \tau)) \begin{bmatrix} \Delta x_i^c \\ \Delta y_i^c \end{bmatrix},$$

где $R(\theta(t - \tau))$ – матрица поворота, определяемая как:

$$R(\theta(t - \tau)) = \begin{bmatrix} \cos \theta(t - \tau) & -\sin \theta(t - \tau) \\ \sin \theta(t - \tau) & \cos \theta(t - \tau) \end{bmatrix};$$

и $\hat{P}^i(t)$ – прогнозируемое положение i -го МР, полученное путем интегрирования от $t - \tau$ до t его модели.

VI. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В качестве примера рассмотрено численное моделирование в среде MATLAB группы из трех МР, совместно планирующих пути для ВВ и поддерживающих формацию в виде равнобедренного треугольника. Взаимодействие между МР в формации задается через топологию связи, представленную матрицей смежности:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

На рис. 2 показан пример достижения консенсуса по координате x ВВ. Различия в оценках положения возникают из-за отклонений МР от желаемых позиций в формации в ходе движения, вызванных внешними возмущениями. Как видно, процесс консенсуса позволяет привести оценки к среднему значению начальных оценок, предоставленных каждым из МР. Здесь вводится обратная связь (formation feedback) в процесс управления формацией, что улучшает согласованность действий и повышает устойчивость системы к возмущениям.

Рис. 3 демонстрируют результаты планирования путевых точек для ВВ при различных горизонтах

предсказания $N = 10$ и $N = 20$. В обоих случаях рассматриваются только статические препятствия, представленные в виде кругов, безопасное расстояние до центров которых составляет $d_{\min} = 80$ м. Алгоритм успешно генерирует последовательность путевых точек, направляющих ВВ от начальной позиции к целевой точке, обеспечивая при этом безопасное движение с обходом препятствий.

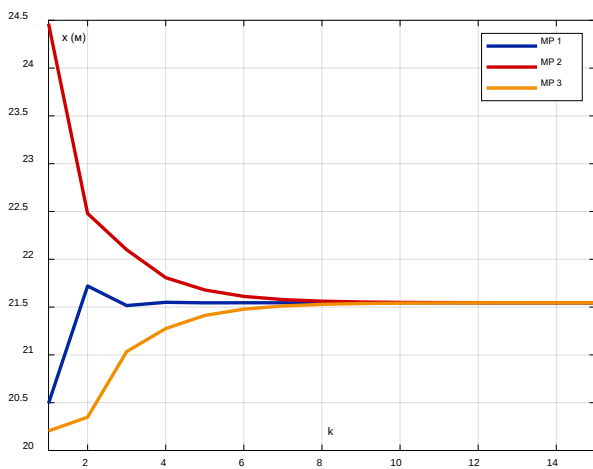


Рис. 2. Консенсус по координате x виртуального ведущего

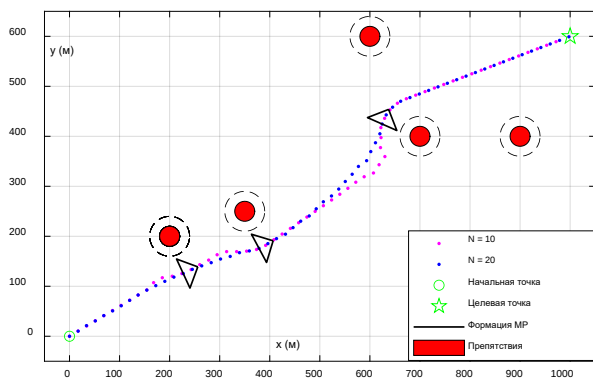


Рис. 3. Планирование путевых точек при $N = 10$ и $N = 20$.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Компьютерное моделирование в среде MATLAB подтвердило эффективность предложенного метода согласованного планирования пути для формации МР. Реализуемая с помощью консенсуса обратная связь, основанная исключительно на локальном обмене информацией, обеспечивает устойчивость и масштабируемость системы в условиях ограниченной коммуникации и динамически изменяющейся среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Yu Q., Zhou J., A Review of Global and Local Path Planning Algorithms for Mobile Robots // 8th International Conference on Robotics, Control and Automation (ICRCA). Shanghai, China, 2024, pp. 84-90.
- [2] LaValle S.M. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning. Technical Report TR-98-11. Computer Science Department, Iowa State University, Ames, IA, USA, 1998.
- [3] Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization. Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks. Perth, WA, Australia: IEEE, 1995, pp. 1942-1948.
- [4] He Z., Chu X., Liu C., Wu W., A novel model predictive artificial potential field based ship motion planning method considering COLREGs for complex encounter scenarios // ISA Transactions, vol. 134, 2023, pp. 58-73.
- [5] Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Методология искусственных потенциальных полей в задачах локальной навигации мобильных роботов // Интеллектуальные системы, управление и мехатроника. Матер. III Всеросс. науч.-техн. конф. Севастополь: СевГУ, 2017. с. 157-160.
- [6] Hart P.E., Nilsson N.J., Raphael B. A Formal Basis for the Heuristic Determination // IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968.
- [7] Miao C., Chen G., Yan C., Wu Y. Path planning optimization of indoor mobile robot based on adaptive ant colony algorithm. // Computers & Industrial Engineering, vol. 156, Jun. 2021, pp. 107230.
- [8] Веремей Е.И., Сотникова М.В. Управление с прогнозирующими моделями: учебное пособие. Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2016. 214 с.
- [9] Фам К.Ф. Метод управления с прогнозирующей моделью в задаче отслеживания углового движения БПЛА // Journal of Advanced Research in Technical Science, 2025. № 48.
- [10] Luis C.E., Schoellig A.P. Trajectory Generation for Multiagent Point-To-Point Transitions via Distributed Model Predictive Control // IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 4, April 2019, no. 2, pp. 375-382.
- [11] Бурдаков С.Ф., Мирошник И.В., Стельмаков Р.Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб.: Наука, 2001. 227 с.
- [12] Фам К.Ф. Алгоритмы согласованного следования по путям для группы БПЛА // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2025, № 47, с. 64-70.
- [13] Boyd S. Sequential convex programming, Lecture Notes, Stanford University, 2008.
- [14] Mesbahi M., Magnus E. Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks. STU-Student edition, Princeton University Press, 2010, 424p.
- [15] Фам К.Ф. Информационный консенсус в кооперативном управлении мультироботными системами // Journal of Advanced Research in Technical Science, 2025. № 48.

Pham K. F.