

Проблемы проектирования распределенных систем передачи приема и обработки информации

И. М. Першин¹, В. Ф. Антонов²

¹Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

²Пятигорский институт Северо-Кавказского федерального университета

¹e-mail: ivmp@yandex.ru, ²e-mail: antonovpgtu@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются проблемы проектирования систем подготовки, передачи, приема и обработки информации, с использованием технологий распределенных систем. Рассматриваемые технологии позволяют создавать конфиденциальные каналы передачи информации. При этом, формируемые каналы передачи и приема информации, обладают существенной помехозащищенностью. Рассматриваются различные способы формирования каналов передачи информации и проблемы, связанные с технической реализацией рассматриваемых каналов. Показаны технологии извлечения передаваемой информации.

Ключевые слова: распределенные системы передачи информации; пространственные фильтры; пространственные моды; настройка пространственных фильтров

I. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, с середины прошлого века активно развиваются методы исследования объектов (систем) с распределенными параметрами. В работах перечисленных ниже авторов, показаны особенности математического аппарата, используемого для описания физических процессов, отнесенных к рассматриваемому классу, был сформирован основной понятийный аппарат и разработаны различные подходы к проектированию систем управления рассматриваемыми объектами (см. работы: Лыкова А.В.; Бутковского А.Г. Пустыльников Л.М., Рапопорта Э. Я., Плешивцевой Ю.Э., Martin J., Сиразетдинова Т.К., Дегтярева Г.Л., Егорова А.И., Ковалев В.А., Рей У., Desoer C.A., Wing J., Macfarlane A.G.I., Khargonekar P.P. and Poolla K., и др.). В начале 90 годов прошлого века активно развиваются частотные методы анализа и синтеза систем с распределенными параметрами [1–7], разработана частотная концепция анализа и синтеза систем с распределенными параметрами [8–11], а так же приведены математические модели объектов с распределенными параметрами, обладающие оригинальными свойствами (математические модели: пространственных фильтров; пространственных сканеров; распределенного хаоса [12]).

II. ПРОБЛЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ, ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Математическая модель одномерного пространственного фильтра записывается в виде [8, 12–14]:

$$A \cdot \frac{\partial^2 T(x, z, \tau)}{\partial x^2} + T(x, z, \tau) + \frac{\partial^2 T(x, z, \tau)}{\partial z^2} = 0, \quad 0 < z < Z_L, \quad 0 < x < X_L. \quad (1)$$

Граничные условия заданы в виде:

$$T(x=0, z, \tau) = T(x=X_L, z, \tau) = 0, \quad \frac{\partial T(x, z=Z_L, \tau)}{\partial z} = U(x, \tau),$$

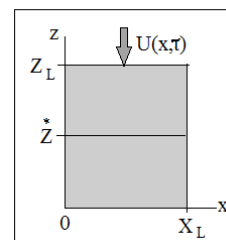
$$\frac{\partial T(x, z=0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T(x, z, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial T(x, z=Z_L, \tau)}{\partial z} = 0.$$

Начальные условия полагаются нулевыми.

где: $T(x, z, \tau)$ – фазовая переменная; A – параметр; X_L, Z_L – заданные значения пространственных координат; $U(x, \tau)$ – входное воздействие, которое, с учетом граничных условий, записывается в виде:

$$U(x, \tau) = \sum_{\eta=1}^N \bar{C}_{\eta}(\tau) \cdot \sin(\Psi_{\eta} \cdot x), \quad \Psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{X_L}, \quad 0 < x < X_L, \quad (2)$$

$\bar{C}_{\eta}(\tau)$ – заданные функции (полезные сигналы), N – заданное число.



Одномерный пространственный фильтр - входное воздействие $U(x, \tau)$ зависит от одной пространственной координаты (x).

Рис. 1. Схема распределенного объекта (1)

Подавая на вход объекта (1) входное воздействие в виде:

$$U(x, \tau) = \bar{C}_{\eta} \cdot \sin(\Psi_{\eta} \cdot x), \quad \Psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{X_L}, \quad 0 < x < X_L, \quad (3)$$

определим коэффициент передачи ($K_{\eta} = T_{\eta}(x, Z, \tau) / (\bar{C}_{\eta}(\tau) \cdot \sin(\Psi_{\eta} \cdot x))$) по выбранной пространственной моде:

$$K_{\eta} = \frac{e^{\beta_{\eta} \cdot Z} + e^{-\beta_{\eta} \cdot Z}}{\beta_{\eta} \cdot (e^{\beta_{\eta} \cdot Z_L} - e^{-\beta_{\eta} \cdot Z_L})}, \quad \beta_{\eta} = (A \cdot \Psi_{\eta}^2 - 1)^{1/2}. \quad (4)$$

Если $A=1/\Psi_{\eta}^2$, то $\text{abs}(K_{\eta}) \rightarrow \infty$ (рассматриваемый пространственный фильтр выделяет заданную пространственную моду ($\bar{C}_{\eta} \cdot \sin(\Psi_{\eta} \cdot x)$)).

В [8, 10] введено понятие обобщенной координаты – непрерывной функции G , охватывающей все дискретные значения функции Ψ^2_η ($\eta=1, \dots, N$). На рис. 2 приведен график функции $\text{abs}(K_\eta)$. Используя полученный график, может быть осуществлена настройка пространственных фильтров на выделение заданной пространственной моды.

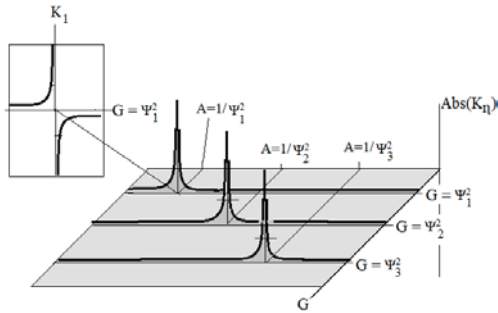


Рис. 2. График функции $\text{abs}(K_\eta)$

Математические модели пространственных фильтров различной мерности приведены в [8, 12–14].

Дискретная модель одномерного пространственного фильтра

Запишем уравнения (1)–(2) в дискретном виде. Схема дискретизации показана на рис. 3.

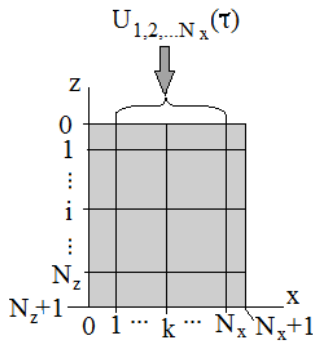


Рис. 3. Схема дискретизации одномерного пространственного фильтра

Положим, что число точек дискретизации по осям следующее:

по оси X ($0 \dots i \dots N_x+1$), граничные точки 0 и N_x+1 ; Δx –шаг дискретизации по x ;

по оси z ($0 \dots k \dots N_z+1$), граничные точки 0 и N_z+1 ; Δz –шаг дискретизации по z .

Дискретная модель уравнений (1) может быть представлена в виде:

$$A \cdot \frac{T_{i-1,k} - 2 \cdot T_{i,k} + T_{i+1,k}}{\Delta x^2} + T_{i,k} + \frac{T_{i,k-1} - 2 \cdot T_{i,k} + T_{i,k+1}}{\Delta z^2} = 0, \quad (5)$$

$$i = \overline{1, N_x}, \quad k = \overline{1, N_z},$$

граничные условия записываются в виде:

$$T_{i, N_z+1} = T_{i, N_z}, \quad T_{0,k} = 0, \quad T_{N_x+1,k} = 0, \quad \frac{T_{i,0} - T_{i,1}}{\Delta z} = U_i \rightarrow T_{i,0} = U_i \cdot \Delta z + T_{i,1}.$$

Полагая $k=1$ и преобразуя (5), придем к следующему результату

$$\frac{A}{\Delta x^2} \cdot T_{i-1,1} + (1 - \frac{2A}{\Delta x^2} - \frac{1}{\Delta z^2}) \cdot T_{i,1} + \frac{A}{\Delta x^2} \cdot T_{i+1,1} + \frac{1}{\Delta z^2} \cdot T_{i,2} = -\frac{1}{\Delta z} \cdot U_i, \quad (i = \overline{1, N_x}). \quad (6)$$

Полагая $1 < k < N_z$ и преобразуя (5), получим:

$$\frac{A}{\Delta x^2} \cdot T_{i-1,k} + (1 - \frac{2A}{\Delta x^2} - \frac{2}{\Delta z^2}) \cdot T_{i,k} + \frac{A}{\Delta x^2} \cdot T_{i+1,k} + \frac{1}{\Delta z^2} \cdot T_{i,k-1} + \frac{1}{\Delta z^2} \cdot T_{i,k+1} = 0, \quad (7)$$

$$(i = \overline{1, N_x}, \quad k = \overline{2, N_z-1}).$$

Полагая $k=N_z$ и преобразуя (5) получим следующее соотношение:

$$\frac{A}{\Delta x^2} \cdot T_{i-1,N_z} + (1 - \frac{2A}{\Delta x^2} - \frac{1}{\Delta z^2}) \cdot T_{i,N_z} + \frac{A}{\Delta x^2} \cdot T_{i+1,N_z} + \frac{1}{\Delta z^2} \cdot T_{i,N_z-1} = 0, \quad (8)$$

$$i = \overline{1, N_x}, \quad k = N_z.$$

Полученные уравнения (6)–(8) описывают дискретную математическую модель одномерного пространственного фильтра. Представим рассматриваемую модель в матричном виде:

$$D \cdot X = U, \quad (9)$$

где: D – блочная матрица; U – вектор входных воздействий; X – вектор функций выхода.

Формирование матриц

$$D = \begin{bmatrix} D_1^* & D_2 & 0 & \dots & 0 \\ D_2 & D_1 & D_2 & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & D_2 & D_1 & D_2 \\ 0 & \dots & 0 & D_2 & D_1^* \end{bmatrix}_{(N_x \cdot N_z)}, \quad X = \begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{1,2} \\ \vdots \\ T_{N_x, N_z-1} \\ T_{N_x, N_z} \end{bmatrix}_{(N_x \cdot N_z)}, \quad U = -1/\Delta z \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_{N_x} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{(N_x \cdot N_z)} \quad (10)$$

где:

$$D_1^* = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & 0 & \dots & 0 \\ C_2 & C_1 & C_2 & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & C_2 & C_1 & C_2 \\ 0 & \dots & 0 & C_2 & C_1 \end{bmatrix}_{(N_x \cdot N_z)}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} C_3 & C_2 & 0 & \dots & 0 \\ C_2 & C_3 & C_2 & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & C_2 & C_3 & C_2 \\ 0 & \dots & 0 & C_2 & C_3 \end{bmatrix}_{(N_x \cdot N_z)}, \quad D_3 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_4 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}_{(N_x \cdot N_z)}$$

$$C_1 = (1 - \frac{2A}{\Delta x^2} - \frac{1}{\Delta z^2}), \quad C_2 = \frac{A}{\Delta x^2}, \quad C_3 = (1 - \frac{2A}{\Delta x^2} - \frac{2}{\Delta z^2}), \quad C_4 = \frac{1}{\Delta z^2}.$$

Преобразуя (9), получим:

$$X = D^{-1} \cdot U \quad (11)$$

Матрица D^{-1} описывает дискретную модель одномерного пространственного фильтра. Если по выбранной пространственной моде (дискретный аналог которой записывается в виде: $\overline{C}_\eta(\tau) \cdot \sin(\Psi_\eta \cdot x_i)$, $i=1, \dots, N$) $\det(D) \rightarrow 0$, то $K_\eta \rightarrow \infty$.

Проблема 1. Результаты исследований [8, 13] показывают, что свойства дискретных моделей распределенных объектов существенно отличаются от свойств исходных непрерывных распределенных моделей.

Для непрерывных моделей, если $A=1/(G=\Psi_\eta^2)$, то для η пространственной моды $\text{abs}(K_\eta)=\infty$ (рис. 2, рис. 4). Для дискретной модели требуется корректировка параметра Δz , при котором $\det(D) \rightarrow 0$, ($\text{abs}(K_\eta) \rightarrow \infty$). Вторую проблему проектирования распределенных систем передачи, приема и обработки информации рассмотрим при решении примера.

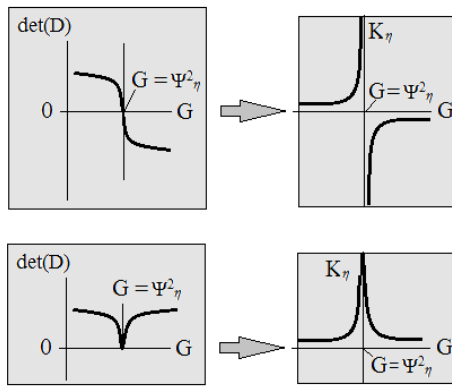


Рис. 4. Характер изменения $\det(D)$ и K_η в окрестности $A=G_\eta$

Пример. Параметры пространственного фильтра (1) (в системе СИ) заданы в виде: $dx:=1.5$; $X_L=1.5 \cdot 11$; $dz:=var.$ ($Z=var.$, $Z_L=var.$). (схема дискретизации приведена на рис. 5).

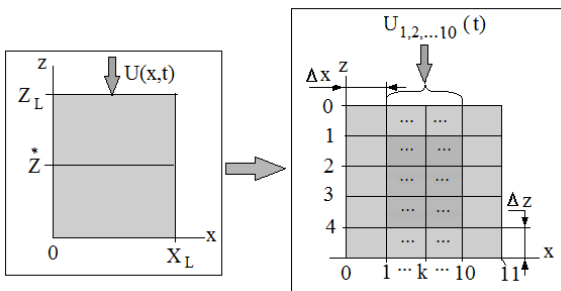


Рис. 5. Переход к дискретной модели одномерного пространственного фильтра

Входное воздействие $U(x, \tau)$ задано в виде:

$$U(x, \tau) = \sum_{\eta=1}^7 \bar{C}_\eta(\tau) \cdot \sin(\Psi_\eta \cdot x), \quad \Psi_\eta = \frac{\pi \cdot \eta}{X_L}, \quad 0 < x < X_L,$$

$\bar{C}_\eta(\tau)$ – заданные функции (полезные сигналы):

$$\bar{C}_1(\tau) = \text{abs}(\sin(0.3 \cdot \tau));$$

$$C_2 = \sin(2 \cdot \tau), \text{ if } C_2 > 0 \text{ then } \bar{C}_2(\tau) = 1 \cdot \sin(100 \cdot \tau) \text{ else } \bar{C}_2 = 0;$$

$$\bar{C}_3(\tau) = 2 - \sin(\tau);$$

$$C_4(\tau) = \sin(4 \cdot \tau); \text{ if } C_4 > 0 \text{ then } \bar{C}_4 = \sin(4 \cdot \tau) \text{ else } \bar{C}_4 = 0;$$

$$C_5(\tau) = \sin(5 \cdot \tau), \text{ if } C_5(\tau) > 0 \text{ then } \bar{C}_5 = 1, \text{ if } C_5 < 0 \text{ then } \bar{C}_5 = 0;$$

$$\bar{C}_6 := \text{abs}(\sin(6 \cdot \tau)); \quad \bar{C}_7 = \sin(7 \cdot \tau).$$

Проблема 2. Основная задача, при настройке пространственных фильтров на выделение заданных пространственных мод – определение значений Δz . При выборе значения Δz желательно обеспечить близкое к нулю значение $\det(D)$ (таких значений Δz может быть достаточно большое число), но при этом должна сохраняться возможность вычисления матрицы D^{-1} .

ТАБЛИЦА I. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ $\lg(\det(D_\eta))$, ПРИ ИЗМЕНЕНИИ Δz (МОДА 1)

	$\lg(\det(D_\eta))$ η -мода			
Δz	$\eta=1$	$\eta=2$	$\eta=3$	$\eta=4$
1.338015	-144.9232	25.67192	-14.67985	22.53394
1.338016	-153.21933	25.67355	-14.67932	22.53387
1.338017	-169.67276	25.67518	-14.67880	22.53380

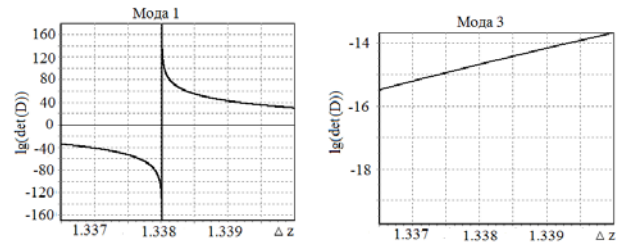


Рис. 6. Характер изменения $\det(D)$ в окрестности $\Delta z=1.338017$

Схема численного моделирования приведена на рис. 7.

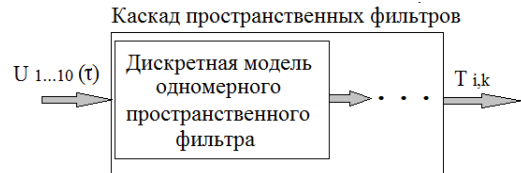


Рис. 7. Схема численного моделирования

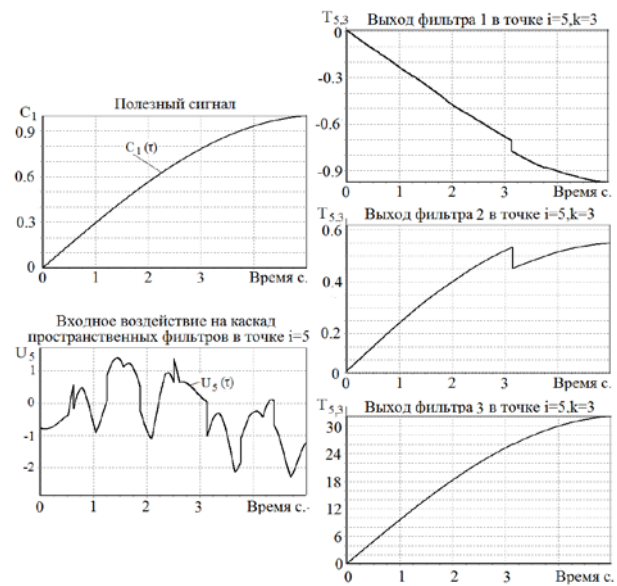


Рис. 8. Результаты моделирования

Результаты моделирования (рис. 8) показывают, что сигнал на выходе третьего фильтра, по сути, повторяет полезный сигнал.

Изменим схему моделирования, добавим возмущающее воздействие: $fp=0.1 \cdot \sin(5000 \cdot \tau)$ (рис. 9).

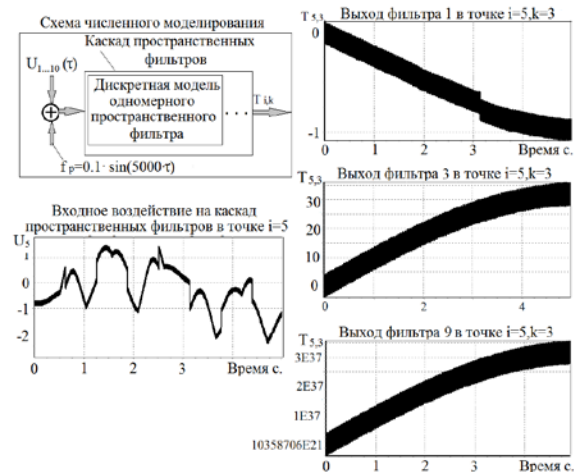


Рис. 9. Результаты моделирования при наличии помехи

ТАБЛИЦА II. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ $LG(\det(D_H))$, ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ΔZ (МОДА 2)

Δz	$lg(\det(D_H))$ η -мода			
	$\eta=1$	$\eta=2$	$\eta=3$	$\eta=4$
1.327434	-2.26228	-167.84089	-21.89634	23.51359
1.327435	-2.26379	-178.23358	-21.89543	23.51347
1.327436	-2.26529	-207.95053	-21.89452	23.51335
1.327437	-2.26680	-186.01848	-21.89362	23.51323
1.327438	-2.26831	-171.67491	-21.89271	23.51311

Изменение функции $lg(\det(D))$ для второй и третьей моды в окрестности перегиба, показано на рис. 10.

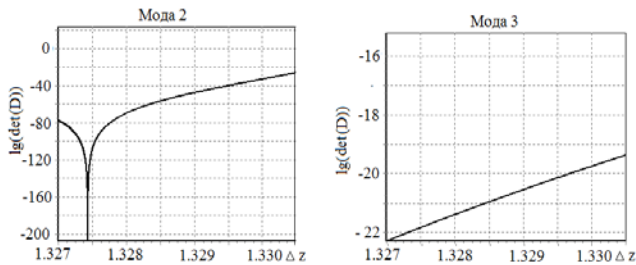


Рис. 10. Характер изменения $\det(D)$ в окрестности $\Delta z = 1.327436$

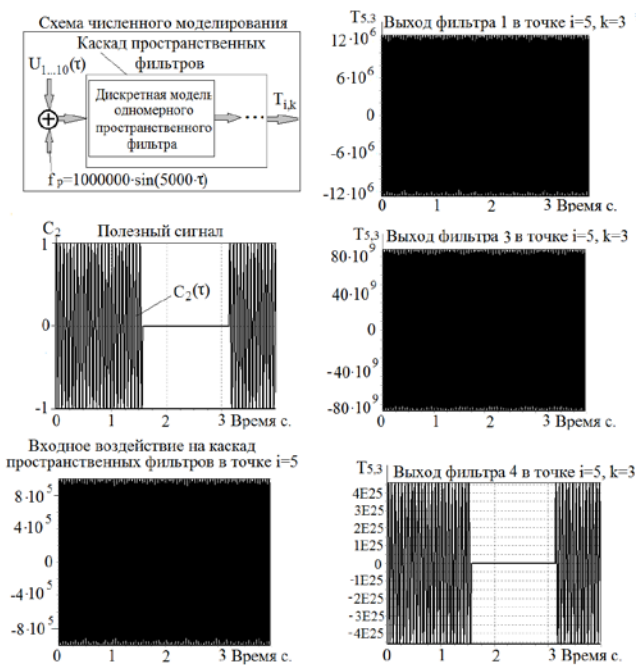


Рис. 11. Результаты моделирования работы пространственных фильтров

Разделим функцию выхода четвертого фильтра на число $4E25$, получим нормированную функцию выхода в точке $i=5, k=3$ (рис. 12).

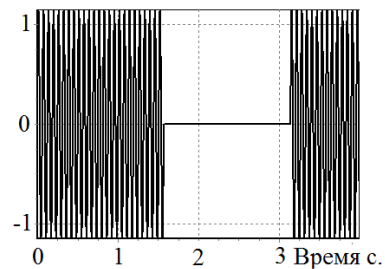


Рис. 12. Нормированная функция выхода

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты моделирования показывают эффективность использования пространственных фильтров, при выделении заданной пространственной моды (магистральной передачи информации [12]) при воздействии помехи, амплитуда которой в 1000000 раз больше амплитуды полезного сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бутковский А.Г. Структурная теория распределенных систем. М.: Наука, 1977. 320 с.
- [2] Бутковский А.Г., Пустыльников Л.М. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1980. 383 с.
- [3] Сиразетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977. 479 с.
- [4] Рапопорт Э.А. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. М.: Наука 2000. 336 с.
- [5] Рей У. Методы управления технологическими процессами. М.: Мир, 1983. 367 с.
- [6] Desoer C.A., Wing J. The minimal time discrete system // J. Franklin Inst. 1961. Vol. 272. No. 3. P. 208-228.
- [7] Macfarlane A.G.I. and Postlethwaite I. The generalized Nyquist stability criterion and multivariable root loci. // Int. J. Control. 1977. V. 25, No. 1. P. 81-127.
- [8] Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
- [9] Малков А.В., Першин И.М., Першин М.И., Помеляйко И.С., Уткин В.А., Королев Б.И., Дубогрей В.Ф., Хмель В.В. Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод. Системный анализ, диагностика, прогноз и управление. Москва, Наука, 2015. 283 с.
- [10] Першин И.М. Частотная концепция анализа и синтеза систем с распределенными параметрами. Отпечатано в типографии ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет» Пятигорский институт (филиал) СКФУ, 2023. 171 с.
- [11] Першин И.М., Шестопалов М.Ю. Проектирование распределенных систем. Теория и практика. 2-е издание, переработанное и дополненное. Отпечатано в типографии ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет» Пятигорский институт (филиал) СКФУ, 2023. 252 с.
- [12] Першин И.М. Распределенные системы обработки информации. Изд-во РИА-КМВ. 2008. 148 с.
- [13] Першин И.М., Цаплева В.В., Антонов В.Ф. Исследование процессов обработки информации одномерным распределенным сканером.
- [14] XII Всероссийская научная конференция «Системный синтез и прикладная синергетика»: сборник научных трудов. Издательско-полиграфический комплекс КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ. 2024. С. 201-207. DOI: 10.18522/syssyn-2022-42.
- [15] Першин И.М. Исследование характеристик пространственных фильтров. Современная наука и инновации. Научный журнал, Выпуск №2 (46), 2024 С. 49-59